

Розтяг і стиск. Статично визначені системи

3.1.3. Переміщення перерізів стрижня та епюра переміщень

Для стрижня з постійними (сталими) N і F загальна деформація визначається виразом (3.15).

Для стрижня ступенево-змінного поперечного перерізу загальна деформація визначається як сума деформацій ділянок стрижня із сталими N і F , тобто:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \cdot l_i}{E \cdot F_i} . \quad (3.16)$$

Приклад: Для стрижня (рис. 3.5) визначити його деформацію і побудувати епюру абсолютного подовження ($E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$).

Дано: $P_1 = 2 \text{ кН}; P_2 = 5 \text{ кН}; P_3 = 7 \text{ кН}.$

$F_1 = 10 \text{ см}^2; F_2 = 20 \text{ см}^2;$

$l_1 = 0,5 \text{ м}; l_2 = 0,8 \text{ м}; l_3 = 0,4 \text{ м}; l_4 = 0,6 \text{ м}.$

Розв'язок:

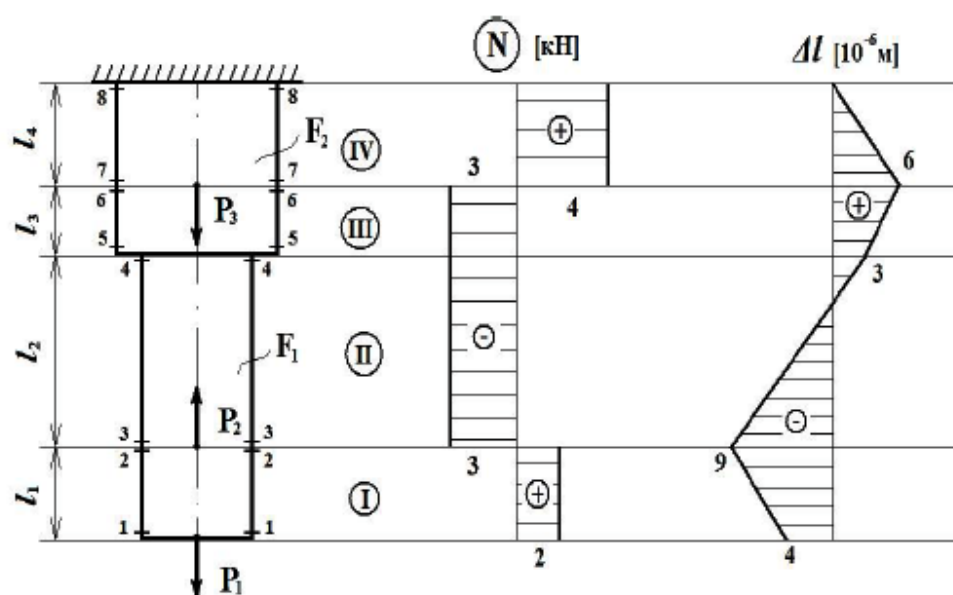
$$N_{1-1} = N_{2-2} = P_1 = 2 \text{ кН} ;$$

$$N_{3-3} = N_{4-4} = N_{5-5} = N_{6-6} = P_1 - P_2 = 2 - 5 = -3 \text{ кН} ;$$

$$N_{7-7} = N_{8-8} = P_1 - P_2 + P_3 = 4 \text{ кН} .$$

Абсолютні деформації ділянок стрижня:

$$\Delta l_I = \frac{N_{1-1} \cdot l_1}{E \cdot F_1} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,001} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м} ,$$



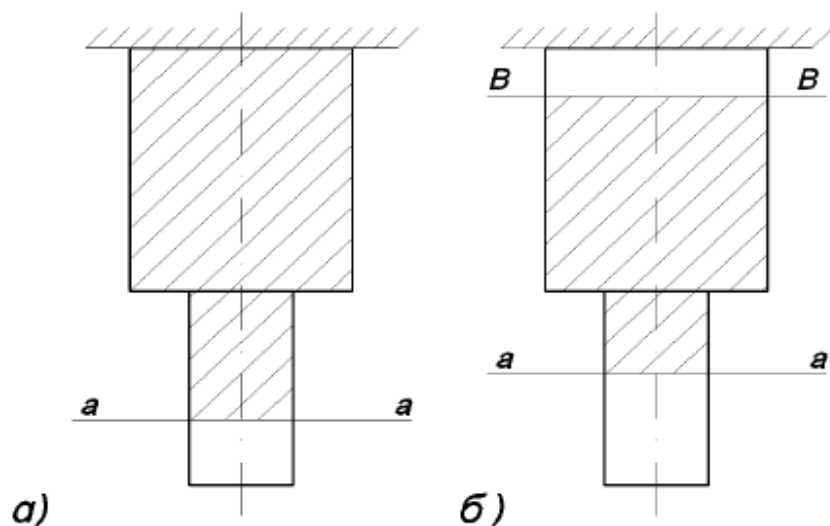
$$\Delta l_{II} = \frac{N_{3-3} \cdot l_2}{E \cdot F_1} = \frac{-3 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,001} = -12 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l_{III} = \frac{N_{5-5} \cdot l_3}{E \cdot F_2} = \frac{-3 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,002} = -3 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l_{IV} = \frac{N_{7-7} \cdot l_4}{E \cdot F_2} = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot 0,6}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,002} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$\Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{II} + \Delta l_{III} + \Delta l_{IV} = (5 - 12 - 3 + 6) \cdot 10^{-6} = -4 \cdot 10^{-6} = -4 \cdot 10^{-4} \text{ см}$$

Побудуємо епюру Δl , яка буде утворюватися від затиснення стрижня.



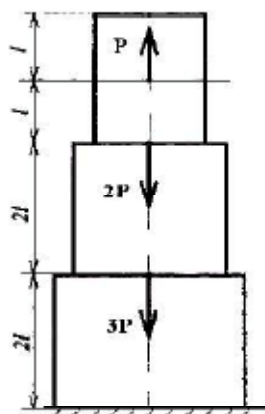
Часто виникає необхідність визначити переміщення між перерізом і защемленням або між перерізами $a-a$ і $b-b$. У цих випадках переміщення дорівнює абсолютній деформації

3.4.1. Розрахунок ступінчастого стрижня на розтягання-стискування

Умова задачі (Частина I)

Для заданого статично визначеного стрижня необхідно:

- 1) побудувати епюру поздовжніх сил ;
- 2) із умови міцності по нормальних напруженнях підібрати поперечний переріз стержня на кожній ступені;
- 3) побудувати епюру нормальних напружень;
- 4) визначити загальне подовження поперечних перерізів, прийнявши $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па.



Дано:
 $P = 40$ кН;
 $l = 40$ см = 0,4 м;
 $[\sigma_p] = 160$ МПа;
 $[\sigma_{ст.}] = 100$ МПа

Рис.3.27. Схема ступінчастого стрижня

Розв'язання:

1. Визначаємо величину повздовжньої сили у характерних перерізах і будуємо епюру N (рис.3.28):

$$N_{1-1} = N_{2-2} = 0 \text{ кН};$$

$$N_{3-3} = N_{4-4} = P = 40 \text{ кН};$$

$$N_{5-5} = N_{6-6} = P - 2P = 40 - 80 = -40 \text{ кН};$$

$$N_{7-7} = N_{8-8} = P - 2P - 3P = -4P = -4 \cdot 40 = -160 \text{ кН}.$$

2. Підбираємо площу поперечного перерізу стержня на кожному із його ступенів виходячи з умови міцності по нормальним напруженням:

$$F = \frac{N}{[\sigma]}$$

$$1,2 \text{ ділянки } F_1 = \frac{N_{4-4}}{[\sigma]_p} = \frac{40 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 2,5 \text{ см}^2;$$

$$3 \text{ ділянка } F_2 = \frac{N_{6-6}}{[\sigma]_{cm}} = \frac{-40 \cdot 10^3}{-100 \cdot 10^6} = 4 \text{ см}^2;$$

$$4 \text{ ділянка } F_3 = \frac{N_{8-8}}{[\sigma]_{cm}} = \frac{-160 \cdot 10^3}{-100 \cdot 10^6} = 16 \text{ см}^2.$$

3. Визначаємо нормальні напруження у характерних перерізах і будуємо епюру (рис.3.28)

$$\sigma = \frac{N}{F}$$

$$\sigma_{1-1} = \sigma_{2-2} = 0;$$

$$\sigma_{3-3} = \sigma_{4-4} = \frac{40 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 10^{-4}} = 160 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{5-5} = \sigma_{6-6} = \frac{40 \cdot 10^3}{4,0 \cdot 10^{-4}} = -100 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{7-7} = \sigma_{8-8} = \frac{160 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^{-4}} = -100 \text{ МПа}.$$

4. Знайдемо загальне видовження (укорочення) стержня і будуємо епюру переміщень по поперечних перерізах, приймаючи $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$.

Епюра повного видовження або вкорочення будується від жорсткого зашпемлення.

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F}$$

$$\Delta l_1 = 0; \quad \Delta l_2 = \frac{N_{4-4} \cdot l}{E \cdot F_1} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,5 \cdot 10^{-4}} = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,032 \text{ см};$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_{6-6} \cdot 2l}{E \cdot F_2} = \frac{-40 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{2 \cdot 10^{11} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = -4 \cdot 10^{-4} \text{ м} = -0,04 \text{ см}$$

$$\Delta l_4 = \frac{N_{8-8} \cdot l}{E \cdot F_3} = \frac{-160 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{2 \cdot 10^{11} \cdot 16 \cdot 10^{-4}} = -4 \cdot 10^{-4} \text{ м} = -0,04 \text{ см}$$

Повне вкорочення дорівнює:

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 + \Delta l_4 = 0,032 - 0,04 - 0,04 = -0,048 \text{ см}.$$

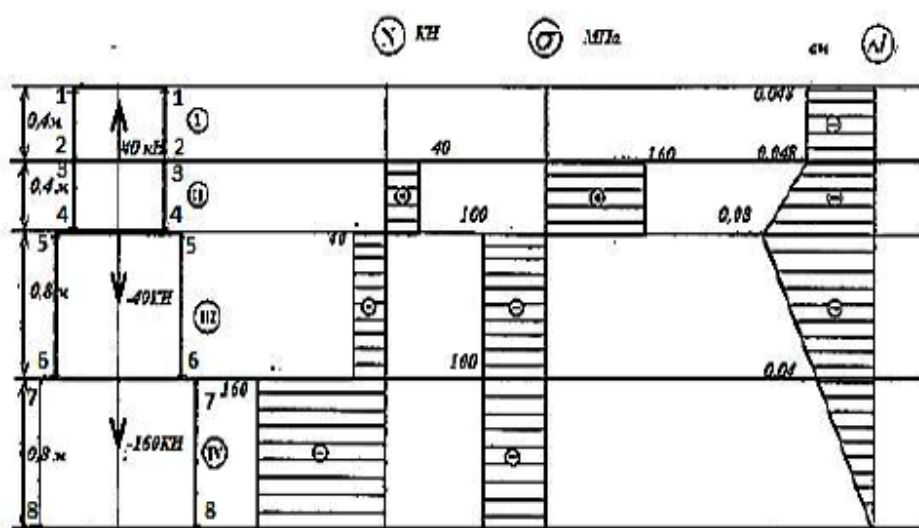


Рис.3.28. Схема побудови епюр до задачі 2