

ДОДАТКИ

Д1. Тригонометричні формули

<p>❶ Основні тригонометричні тотожності.</p> <p>① $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$;</p> <p>② $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$;</p> <p>③ $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$;</p> <p>④ $1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$</p>	<p>❷ Формули додавання.</p> <p>① $\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \sin y \cos x$;</p> <p>② $\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$;</p> <p>③ $\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y}{1 \mp \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y}$;</p> <p>④ $\operatorname{ctg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{ctg} y \mp 1}{\operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y}$</p>
<p>❸ Формули кратних аргументів.</p> <p>① $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$;</p> <p>② $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$;</p>	<p>❹ Формули зниження степеня.</p> <p>① $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$;</p> <p>② $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$</p>
<p>❺ Формули половинного аргументу</p> <p>① $\sin x = \frac{2t}{1 + t^2}, t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$;</p>	<p>② $\cos x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2}, t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$;</p> <p>③ $\operatorname{tg} x = \frac{2t}{1 - t^2}, t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$</p>
<p>❻ Перетворення добутку тригонометричних функцій у суму.</p> <p>① $2 \sin x \sin y = \cos(x - y) - \cos(x + y)$;</p> <p>② $2 \cos x \cos y = \cos(x - y) + \cos(x + y)$;</p> <p>③ $2 \sin x \cos y = \sin(x - y) + \sin(x + y)$</p>	<p>❼ Перетворення суми тригонометричних функцій у добуток.</p> <p>① $\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}$;</p> <p>② $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}$;</p> <p>③ $\cos x - \cos y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{y - x}{2}$</p>

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
tg	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0
ctg	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	-	0	-

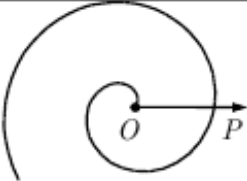
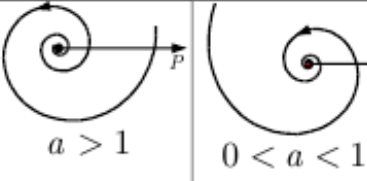
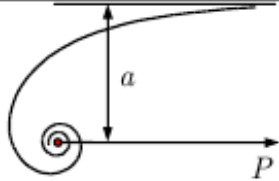
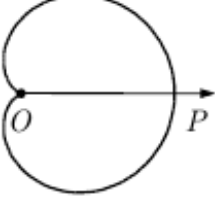
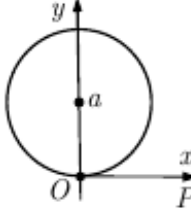
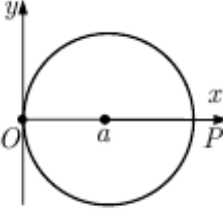
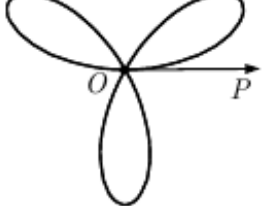
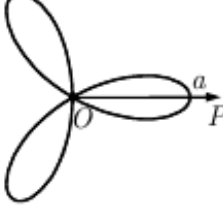
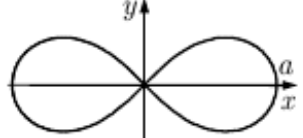
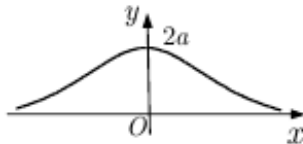
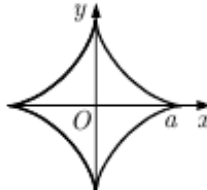
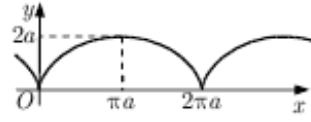
Д2. Основні правила і формули диференціювання

$(Cu)' = Cu', C = \text{const}$	$(u \pm v)' = u' \pm v'$
$(uv)' = u'v + uv'$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
$(f(u))'_x = f'_u \cdot u'_x$	$y' = y(\ln y)'$
$(C)' = 0, C = \text{const}$	$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$
$(a^u)' = a^u \ln a \cdot u', a > 0$	$(e^u)' = e^u u'$
$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
$(\sin u)' = \cos u \cdot u'$	$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$
$(\text{tg } u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$	$(\text{ctg } u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$
$(\arcsin u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$	$(\arccos u)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$(\text{arctg } u)' = \frac{u'}{1+u^2}$	$(\text{arcctg } u)' = -\frac{u'}{1+u^2}$
$(\text{sh } u)' = \text{ch } u \cdot u'$	$(\text{ch } u)' = \text{sh } u \cdot u'$
$(\text{th } u)' = \frac{u'}{\text{ch}^2 u}$	$(\text{cth } u)' = -\frac{u'}{\text{sh}^2 u}$

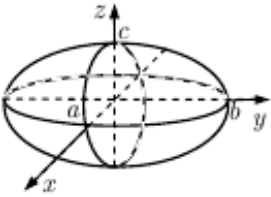
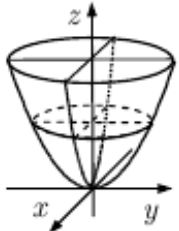
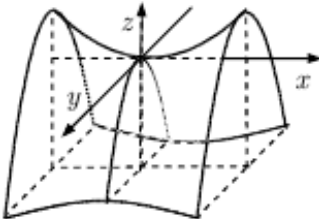
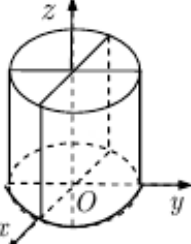
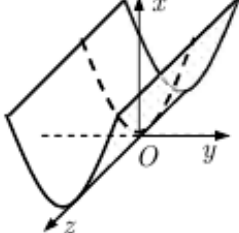
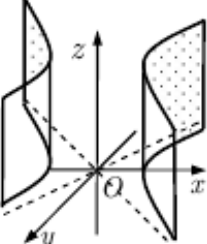
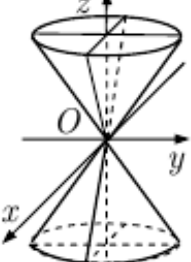
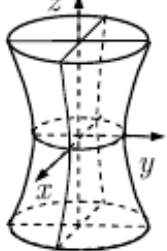
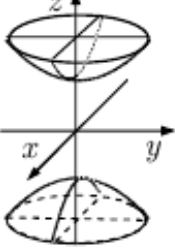
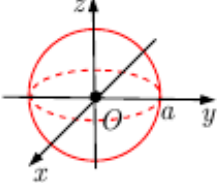
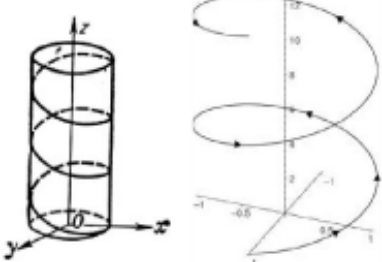
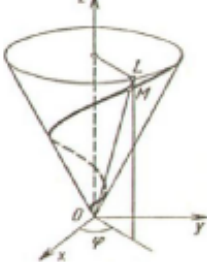
Д3. Основні формули інтегрування

$\int \frac{du}{u} = \ln u + C$	$\int u^\alpha du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C,$ ($\alpha \neq -1$)
$\int e^u du = e^u + C$	$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$
$\int \sin u du = C - \cos u$	$\int \cos u du = \sin u + C$
$\int \frac{du}{\cos^2 u} = \operatorname{tg} u + C$	$\int \frac{du}{\sin^2 u} = C - \operatorname{ctg} u$
$\int \operatorname{sh} u du = \operatorname{ch} u + C$	$\int \operatorname{ch} u du = \operatorname{sh} u + C$
$\int \frac{du}{\operatorname{ch}^2 u} = \operatorname{th} u + C$	$\int \frac{du}{\operatorname{sh}^2 u} = C - \operatorname{cth} u$
$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 + a}} = \ln u + \sqrt{u^2 + a} + C,$ $a \neq 0$	$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C,$ $a \neq 0$
$\int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{u}{a} + C,$ $a \neq 0$	$\int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{u-a}{u+a} \right + C,$ $a \neq 0$
$\int \frac{du}{\sin u} = \ln \left \operatorname{tg} \frac{u}{2} \right + C$	$\int \frac{du}{\cos u} = \ln \left \operatorname{tg} \left(\frac{u}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right + C$
$\int \operatorname{tg} u du = C - \ln \cos u $	$\int \operatorname{ctg} u du = \ln \sin u + C$

Д4. Деякі визначні криві

 <p>Спіраль Архімеда $\rho = a\varphi$</p>	 <p>Логарифмічна спіраль $\rho = a^\varphi$</p>	 <p>Гіперболічна спіраль $\rho = \frac{a}{\varphi}$</p>
 <p>Кардіоїда $\rho = 2a(\cos \varphi + 1)$</p>	 <p>Коло $x^2 + y^2 = 2ay$, $\rho = 2a \sin \varphi, a > 0$</p>	 <p>Коло $x^2 + y^2 = 2ax$, $\rho = 2a \cos \varphi, a > 0$</p>
 <p>Трипелюсткова роза $\rho = a \sin 3\varphi$</p>	 <p>Трипелюсткова роза $\rho = a \cos 3\varphi$</p>	 <p>Лемніска Бернуллі $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$, $\rho = a\sqrt{\cos 2\varphi}$</p>
 <p>Кучер Аньєзі $y = \frac{8a^3}{x^2 + 4a^2}$</p>	 <p>Астроїда $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, $\begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = a \sin^3 t, \end{cases} t \in [0; 2\pi]$</p>	 <p>Циклоїда $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$</p>

Д5. Визначні поверхні і просторові криві

 <p>Еліпсоїд $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$</p>	 <p>Еліптичний параболоїд $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$</p>	 <p>Гіперболічний параболоїд $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z$</p>
 <p>Еліптичний циліндр $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$</p>	 <p>Параболічний циліндр $y^2 = 2px$</p>	 <p>Гіперболічний циліндр $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$</p>
 <p>Конус $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z^2$</p>	 <p>Однопорожнинний гіперолоїд $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$</p>	 <p>Двопорожнинний гіперолоїд $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$</p>
 <p>Сфера $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$</p>	 <p>Циліндрична гвинтова лінія $\begin{cases} x = a \cos t, y = a \sin t, z = \frac{ht}{2\pi} \end{cases}$</p>	 <p>Конічна гвинтова лінія $\begin{cases} x = at \cos t, y = at \sin t, \\ z = bt \end{cases}$</p>