

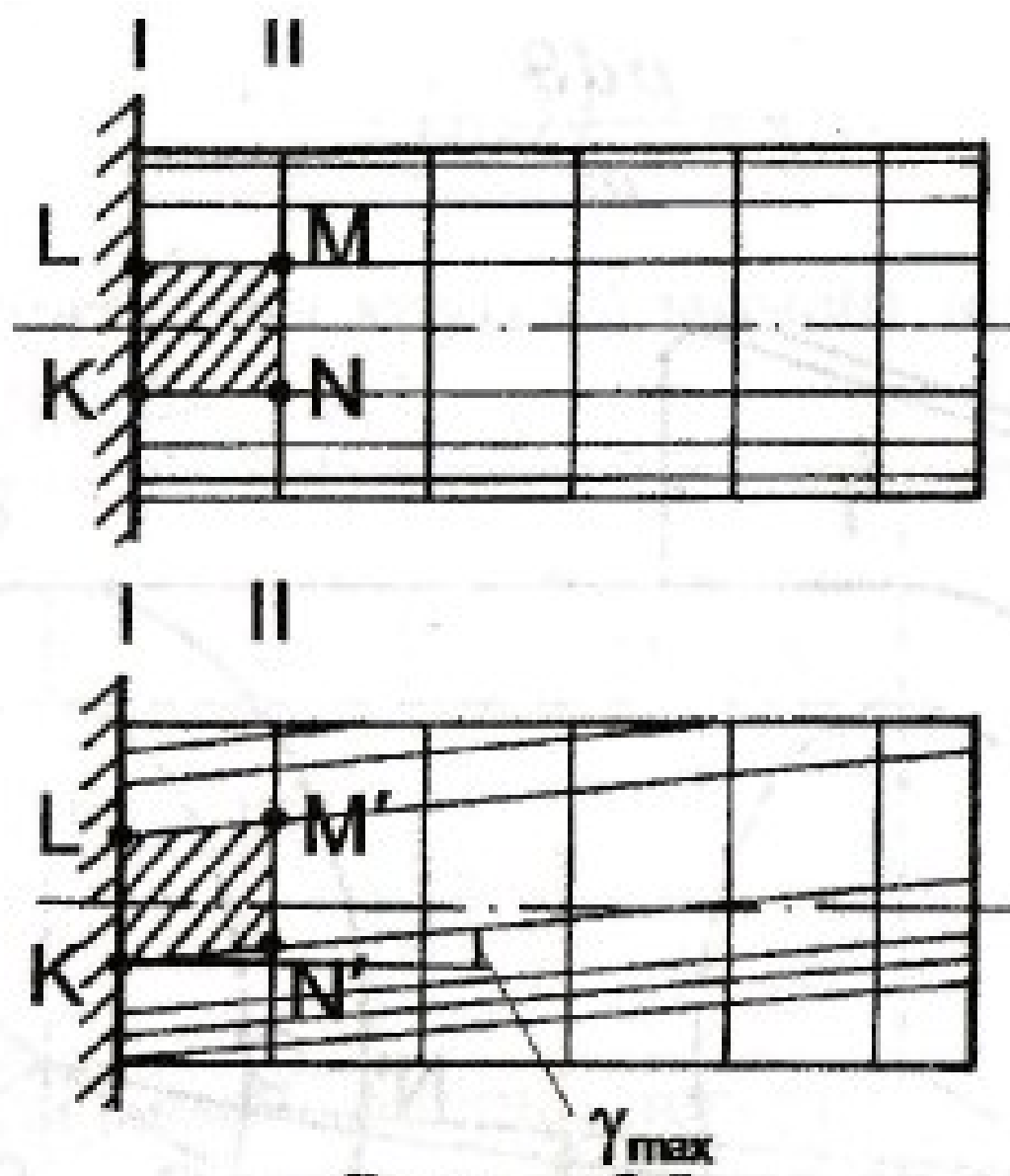


*Івано-Франківський національний технічний
університет нафти і газу*



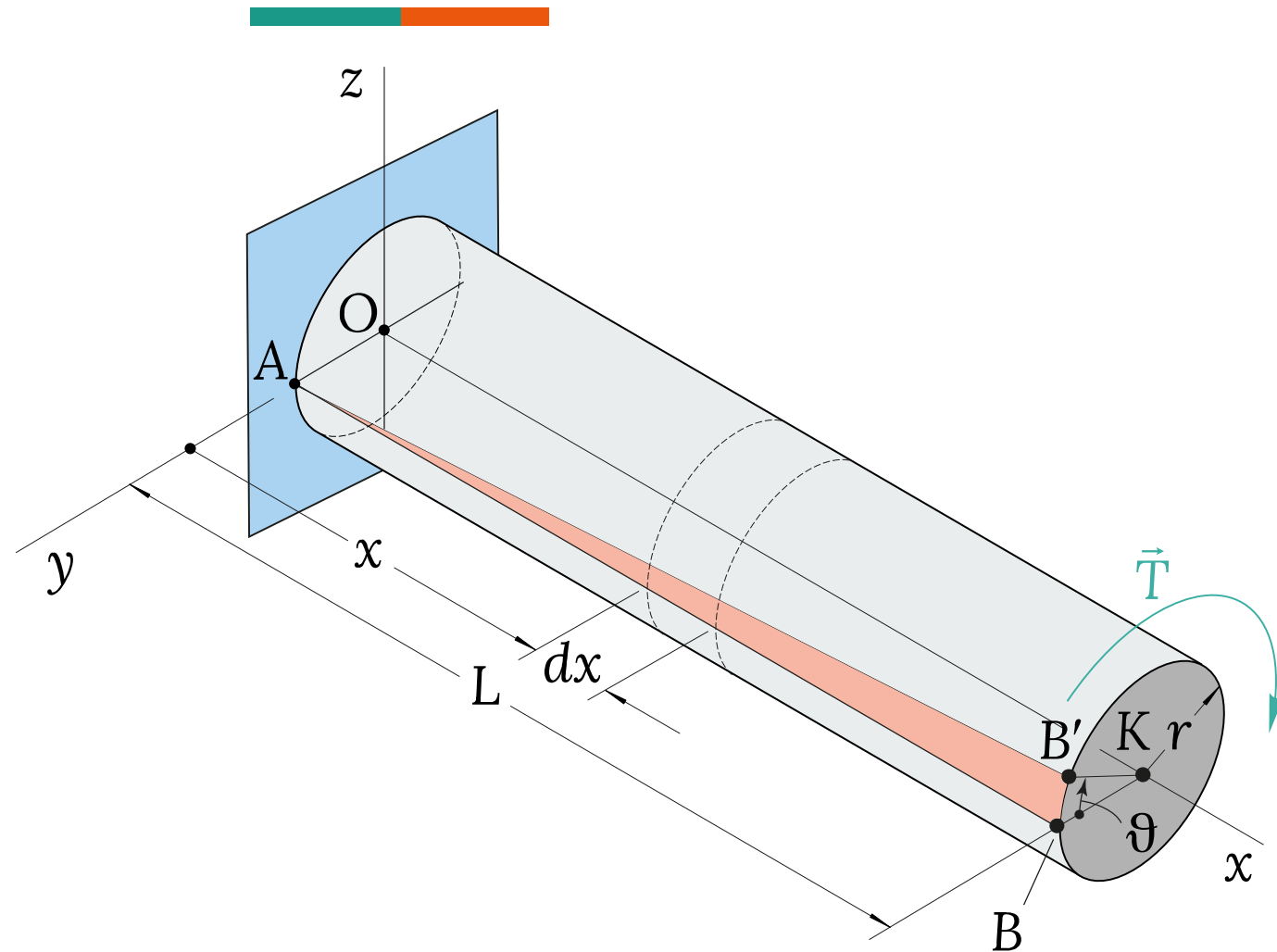
Кручення і зріз

Кручення



- 1) Прямокутна сітка перетвориться у сітку із паралелограмів. Що свідчить про наявність **дотичних напружень у поперечних перерізах бруса**. Згідно із законом парності дотичних напружень – останні виникають також і у поздовжніх перерізах.
- 2) Відстань між колами, наприклад, I і II залишається незмінною. Не змінюється, також довжина бруса та його діаметр.

Кручення



Деформація кручення спричинюється парами сил, площини дії яких **перпендикулярні** до осі стрижня. Тому до їх виникнення причетний лиш один силовий фактор – крутний момент.

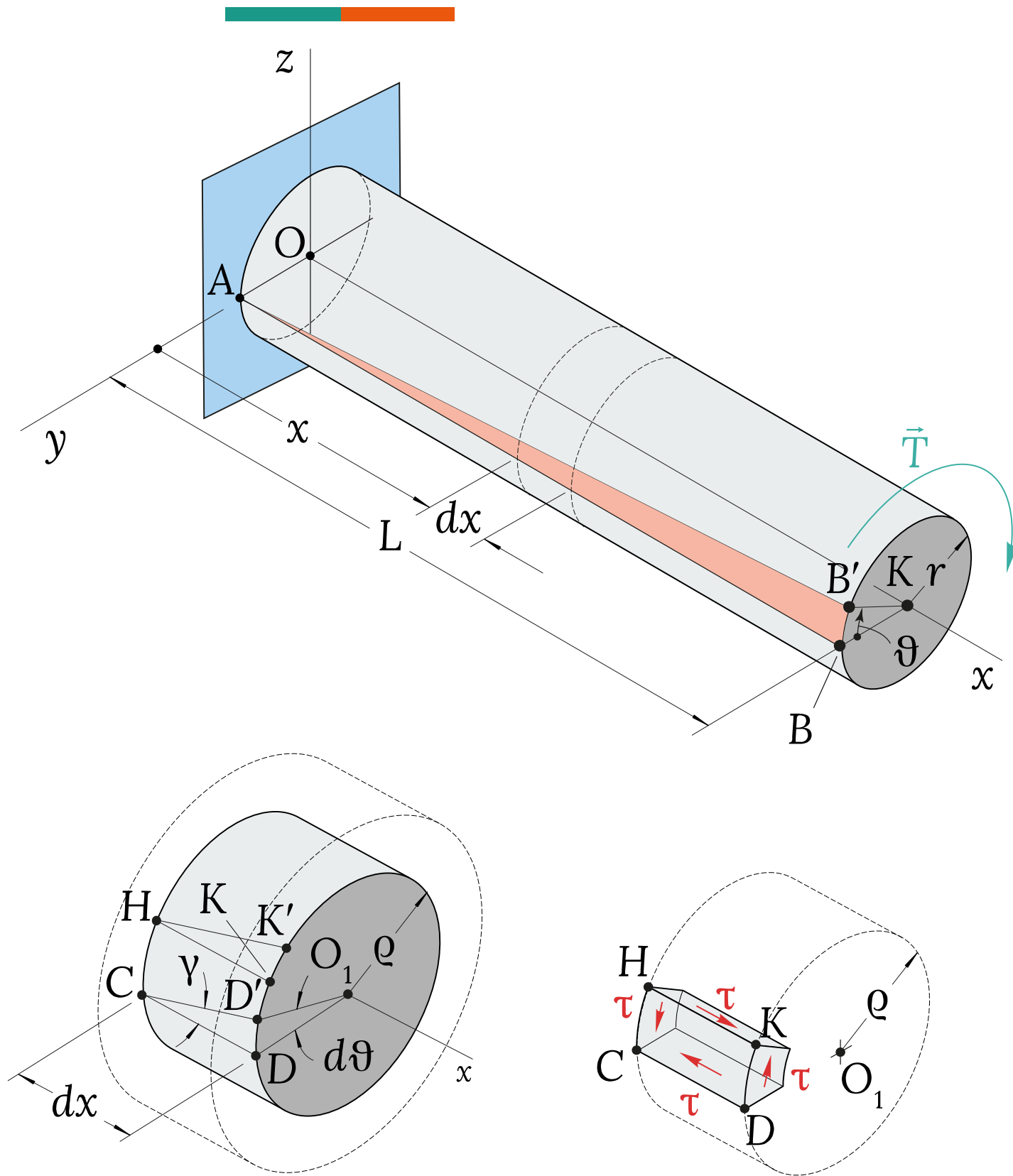
Стрижні, що працюють на кручення називають **валами**.

При розгляді тіл, що працюють на кручення приймають гіпотезу **плоских перерізів**: перерізи плоскі до деформації, залишаються плоскими при крученні стрижня круглого січення, повертаючись один відносно одного на деякий кут закручування.

В загальному випадку при дослідженні стрижня на кручення приймають наступні **припущення**:

1. Круглі перерізи залишаються рівними (не деформуються) і перпендикулярними до осі вала.
2. Поперечні перерізи не деформуються (деформація в площині поперечного перерізу відсутня).
3. Відстані між перетинами не змінюються (осьова нормальна деформація дорівнює нулю).

Виходячи із даних припущень можна сформулювати наступне правило: кожен поперечний переріз валу обертається у вигляді твердої площини навколо осі вала.



Розглянемо валу круглого січення радіусом r , довжиною L один кінець якого жорстко закріплений в точці O , а до другого прикладений крутний момент T . Під дією крутного моменту T лінія AB , що проведена на поверхні валу паралельно до його осі набуває вигляду гвинтової лінії AB' , що характеризується кутом закручування ϑ .

Розглянемо частину валу частину надзвичайно малої довжини dx , що знаходиться на відстані x від точки O . Відкинувши зовнішній шар розглянемо, які деформації відбуватимуться на циліндричній частині, що характеризується радіусом ρ від осі валу. Величина переміщення точки D , що знаходиться на краю елемента рівна:

$$DD' = \gamma dx = \rho d\vartheta,$$

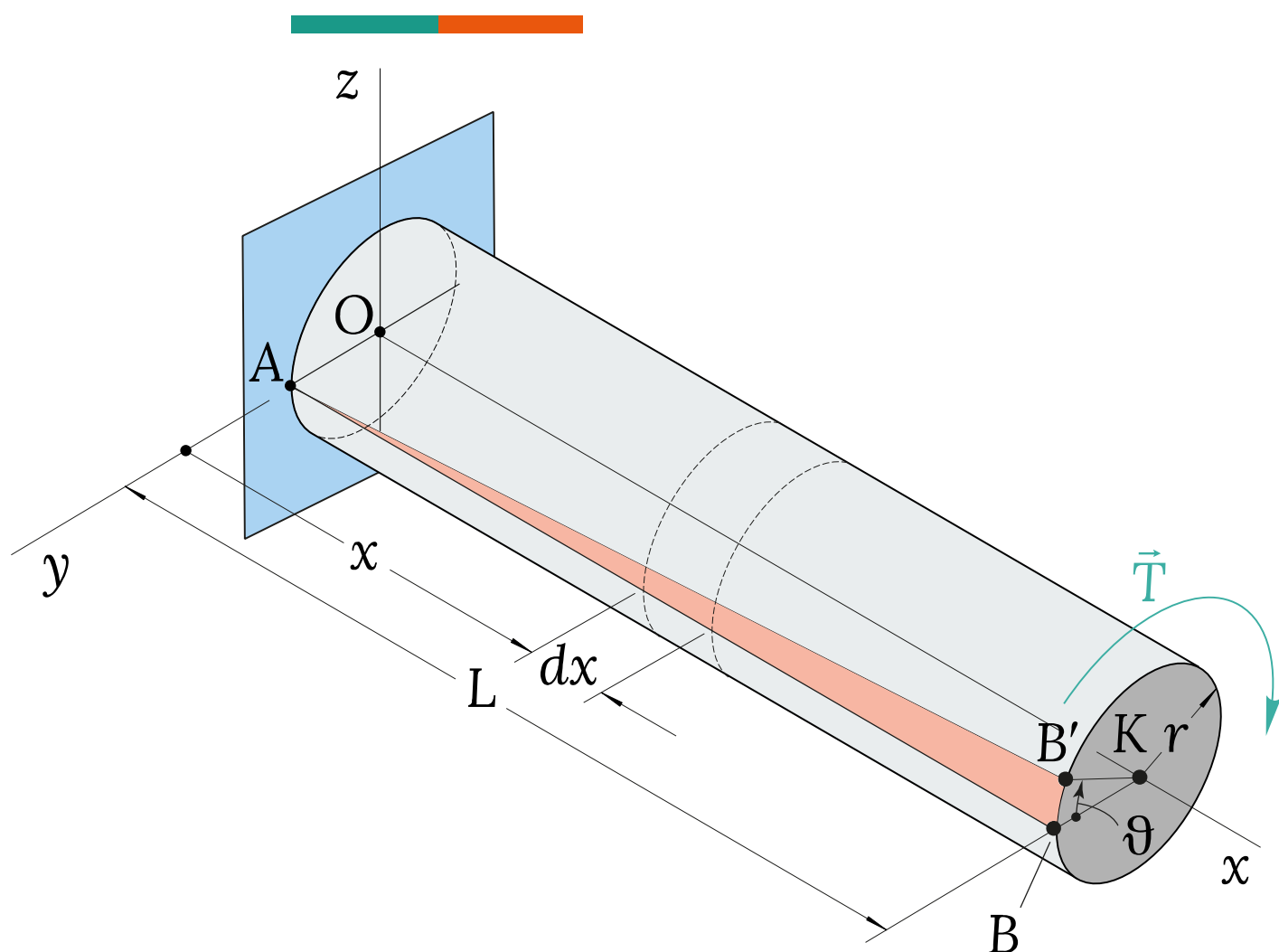
Звідси:

$$\gamma = \rho \frac{d\vartheta}{dx}.$$

Розглянувши деформацію частини $CDHK$ циліндричної поверхні, що під дією крутного моменту в валу виникають виключно відносні деформації зсуву, величина яких рівна τ . Застосувавши закон Гука отримуємо:

$$\tau = G\gamma \quad \tau = G \frac{d\vartheta}{dx} \rho,$$

де G – модуль зсуву.



Розглянемо елементарну площадку dA в поперечному січенні валу. Враховуючи вищесказане у ній буде діяти дотичне напруження τ . Отже сила, що виникатиме в площадці рівна:

$$dV = \tau dA.$$

Виходячи із принципу симетрії дані сили будуть взаємо зрівноважуватись і створювати момент сили у площині величина якого рівна:

$$T = \int_A \varrho \tau dA = \int_A \varrho^2 G \frac{d\vartheta}{dx} dA = G \frac{d\vartheta}{dx} \int_A \varrho^2 dA = G \frac{d\vartheta}{dx} I,$$

В результаті отримуємо:

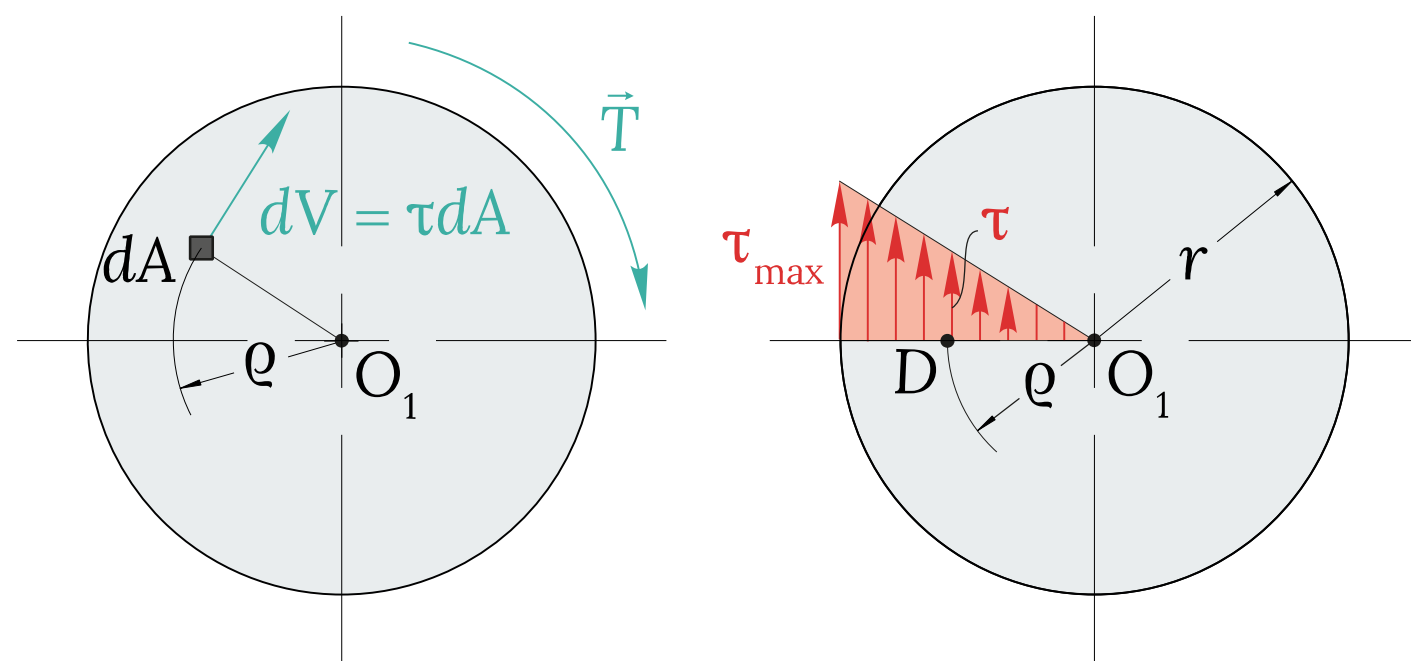
$$\frac{T}{GI} = \frac{d\vartheta}{dx}.$$

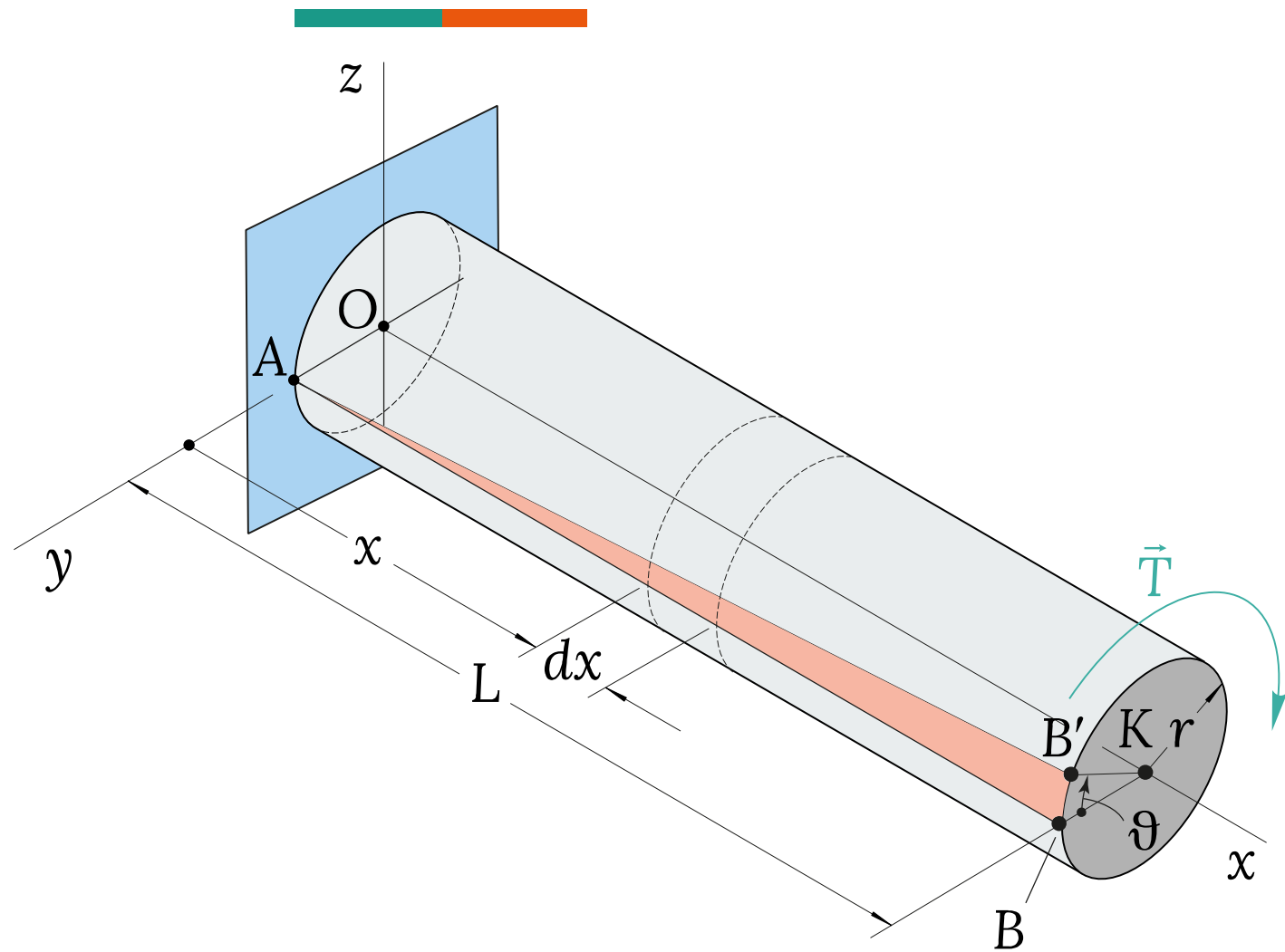
Отже величина кута закручування рівна:

$$\vartheta = \int_0^L \frac{T}{GI} dx,$$

За умови однакої площі поперечного січенні і крутного моменту, що діють на ділянку отримуємо:

$$\vartheta = \frac{TL}{GI}.$$





Аналіз розподілу напружень показує, що їхні максимальні величини виникають на найбільшій відстані відносно осі, отже:

$$\tau_{\max} = G \frac{d\vartheta}{dx} r.$$

Звідси:

$$\tau_{\max} = G \frac{d\vartheta}{dx} r = \frac{Tr}{I} = \frac{T}{W},$$

де W – полярний момент опору при крученні. Для валу круглого січення він рівний

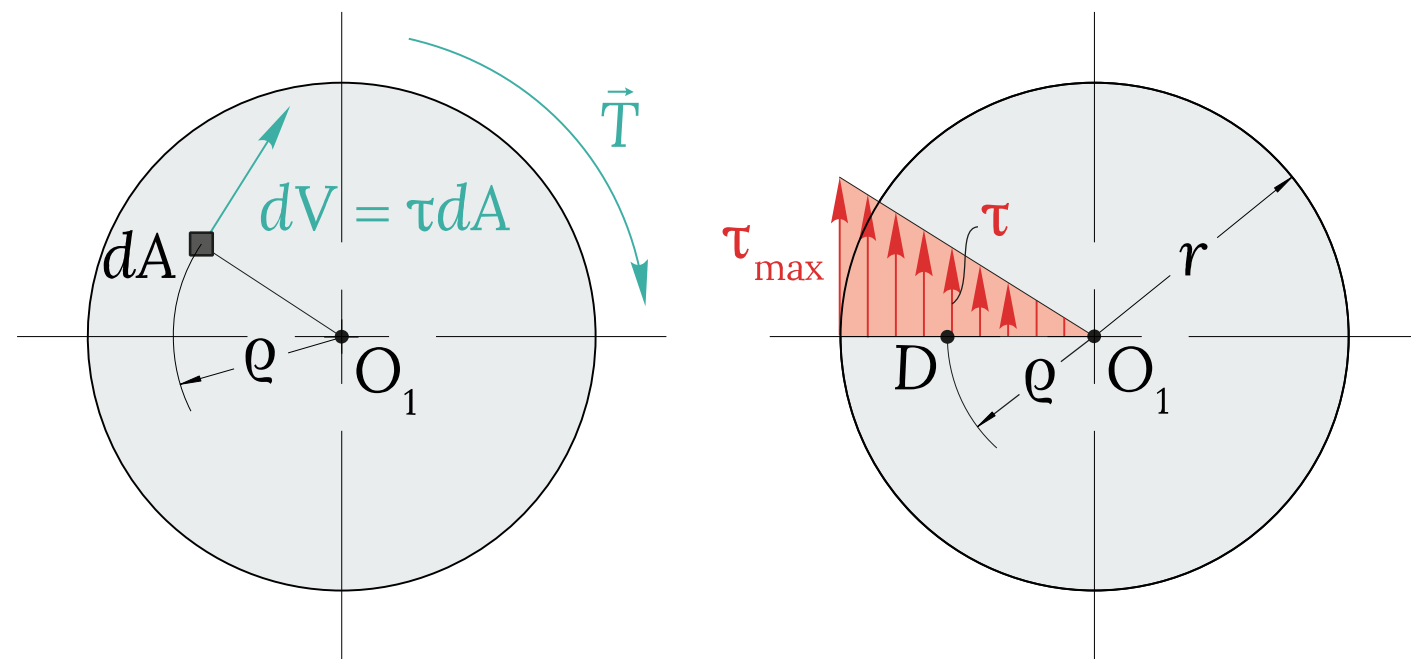
$$W = \frac{\pi d^3}{16}$$

Умовою міцності валу при крученні є вимога, що максимальні дотичні напруження в стрижні не повинні перевищувати допустимі:

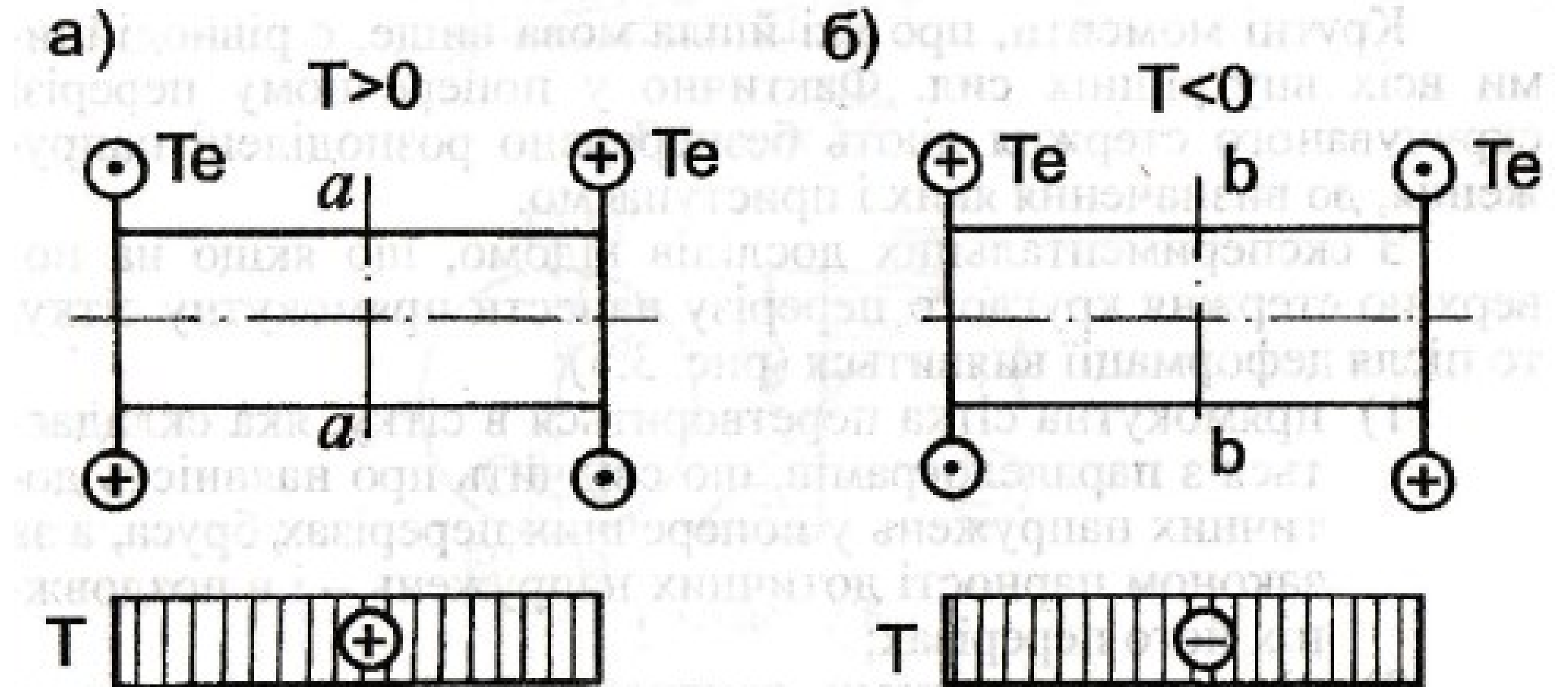
$$[\tau] \geq \tau_{\max} = \frac{T}{W}.$$

Умовою розрахунку валу на жорсткість є вимога, що відносний кут закручування не повинен бути більшим за допустимий

$$\left[\frac{d\vartheta}{dx} \right] \geq \vartheta_{\max} = \frac{T}{GI}.$$



Епюра крутного моменту (правило знаків)



Епюра крутного момента

$$T_{AB} = -10 \text{ кНм};$$

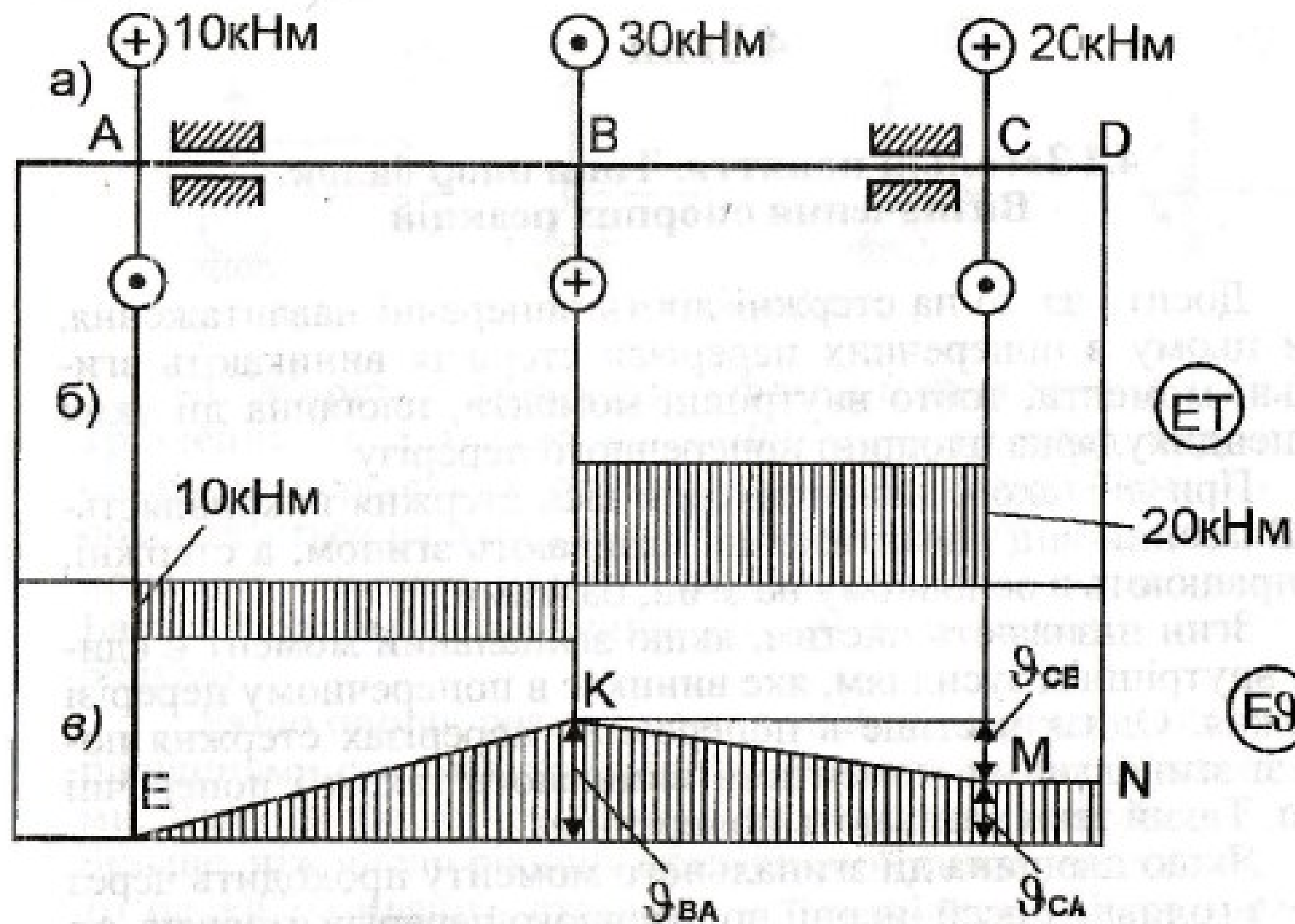
$$T_{BC} = -10 + 30 = 20 \text{ кНм};$$

$$T_{CD} = -10 + 30 - 20 = 0 \text{ кНм}.$$

$$v_{BA} = T_{AB} l_{AB} / (GI_p);$$

$$v_{CB} = -T_{BC} l_{BC} / (GI_p);$$

$$v_{CA} = v_{CB} + v_{BA}.$$





Дякую за увагу!