

3.4. Закони керування та автоматичні регулятори.

В попередніх розділах було показано, що в автоматичних системах завжди формуються керуючі дії, спрямовані на забезпечення бажаного режиму функціонування об'єкта з урахуванням діючих збурень та характеристик об'єкта і зовнішнього середовища. Пристрій керування, а в автоматичних системах керування – автоматичний регулятор постійно перетворює отримувану інформацію в сигнал керування, який залежить в загальному випадку від відхилення ΔX , збурення Z , а також від інтегральних показників та похідної регульованої координати. Ця залежність називається **законом** регулювання (керування). В теорії автоматичного керування використовуються два підходи до вибору та застосування автоматичних регуляторів :

- визначення необхідного закону керування, виходячи з властивостей об'єкта та вимог до якості системи. В цьому випадку закон керування – математична залежність, яка може бути довільної форми будь-якої складності. В технічній літературі процедури отримання необхідного закону керування називають *аналітичним конструюванням регуляторів*;
- застосування типових законів керування, тоді для конкретного випадку обирається один з них та проводиться підбір

параметрів (настроювання) для конкретних умов, тобто здійснюється *параметричний синтез* автоматичних регуляторів.

При реалізації законів керування технічними засобами автоматичні регулятори можуть бути неперервними (аналоговими) та дискретними. В неперервних вхідні та вихідні сигнали регуляторів є неперервними функціями часу, в дискретних, до яких відносяться релейні (позиційні), імпульсні та цифрові, вихідний сигнал має стрибкоподібну форму або є послідовністю імпульсів.

До **типових** неперервних законів керування відносяться :

- пропорційний (статичний) :

$$U_{рег} = K_{рег} \cdot \Delta X, \quad (3.60)$$

де : $K_{рег}$ – коефіцієнт передачі регулятора, $\Delta X = X_{зд} - X(t)$;

- інтегральний (астатичний) :

$$U_{рег} = K_{рег}^{ин} \int_0^{t_n} \Delta X dt \quad (3.61)$$

- диференціальний :

$$U_{рег} = K_{\partial} \frac{d(\Delta X)}{dt} \quad (3.62)$$

- пропорційно-диференціальний :

$$U_{рег} = K_{рег} \cdot \Delta X + K_{\partial} \frac{d(\Delta X)}{dt} \quad (3.63)$$

- пропорційно-інтегральний :

$$U_{рег} = K_{рег} \Delta X + K_{рег}^{ин} \int_0^{t_n} \Delta X dt \quad (3.64)$$

- пропорційно-інтегрально-диференціальний :

$$U_{рег} = K_{рег} \Delta X + \frac{K_{рег}}{T_i} \int_0^{t_n} \Delta X dt + K_{\partial} \frac{d(\Delta X)}{dt} \quad (3.65)$$

де : K_{∂} – коефіцієнт диференціювання, часом його замінюють добутком $K_{\partial} \cdot T_{\partial}$ (T_{∂} – час диференціювання), T_i – час інтегрування (ізодрому).

У відповідності до наведених законів автоматичні регулятори називають : П-,І-, Д-, ПД-, ПІ- та ПІД-регуляторами. Ці закони керування та відповідні їм автоматичні регулятори є певною мірою універсальними, тобто можуть застосовуватись на різних об'єктах, в різних системах. Універсальність їм надає можливість змінювання в певних межах постійних коефіцієнтів рівнянь (3.60 – 3.65), які називають параметрами настроювання (настройки). У відповідності з цими параметрами настройки є : $K_{рег}$, $K_{рег}^{ін}$, K_d , T_i . В сучасних технічних засобах, в тому числі в мікропроцесорних контролерах передбачається можливість використання найбільш універсального ПІД-регулятора, який може реалізувати і більш прості закони, наприклад при $T_i \rightarrow \infty$ і $K_d = 0$ ПІД-регулятор перетворюється в П-регулятор.

Як відзначалось раніше, динамічні властивості автоматичної системи регулювання визначаються як характеристиками об'єкта, так і автоматичного регулятора. З рівнянь (3.60-3.65) видно, що типові закони керування можна описати елементарними ланками (підсилювальною, інтегральною, диференціальною) та їх сполученням. При цьому необхідно враховувати, що наведені залежності відображають ідеалізовані закони регулювання. В задачах аналізу і синтезу використовуються передаточні функції автоматичних регуляторів, які відповідають рівнянням (3.60-3.65) :

- пропорційний регулятор :

$$W_{рег}^П(p) = K_{рег} \quad (3.66)$$

- інтегральний регулятор :

$$W_{рег}^І(p) = \frac{K_{рег}^{ін}}{p} \quad (3.67)$$

- диференціальний регулятор :

$$W_{рег}^Д(p) = K_d \cdot p \quad (3.68)$$

- пропорційно-диференціальний регулятор :

$$W_{рег}^{ПД}(p) = K_{рег} + K_{\delta} \cdot p \quad (3.69)$$

- пропорційно- інтегральний регулятор :

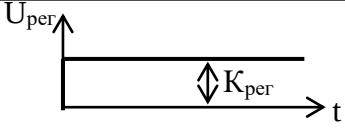
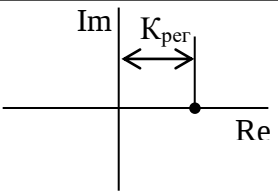
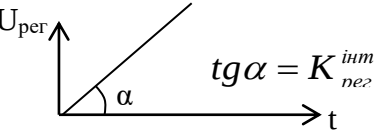
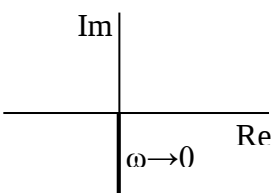
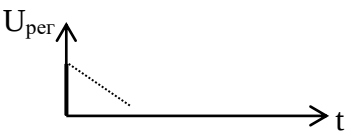
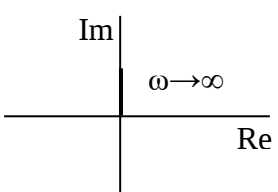
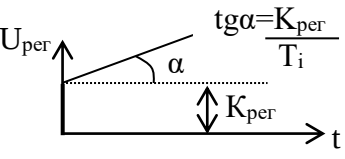
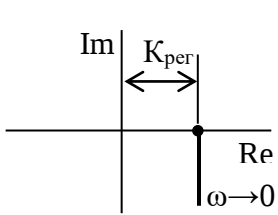
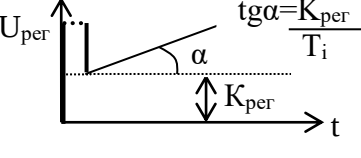
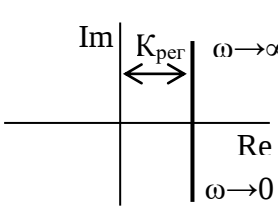
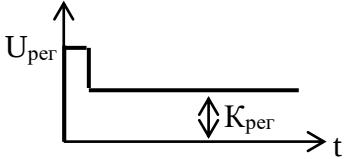
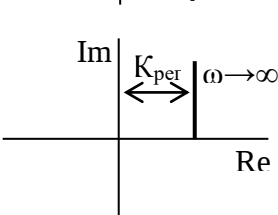
$$W_{рег}^{ПИ}(p) = K_{рег} + \frac{K_{рег}}{T_i \cdot p} \quad (3.70)$$

- пропорційно-інтегрально-диференціальний регулятор :

$$W_{рег}^{ПИД}(p) = K_{рег} + \frac{K_{рег}}{T_i \cdot p} + K_{\delta} \cdot p \quad (3.71)$$

Для кожного з цих регуляторів можна розглядати також часові та частотні характеристики, частина з них для прикладу наведена в табл.3.1.

Таблиця 3.1. Характеристики типових автоматичних регуляторів

№ п/п	Регулятор	Перехідна функція $h(t)$	Частотна характеристика
1.	Пропорційний		
2.	Інтегральний		
3.	Диференціальний		
4.	Пропорційно-інтегральний		
5.	Пропорційно-інтегрально-диференціальний		
6.	Пропорційно-диференціальний		

Аналізуючи процес регулювання з різними регуляторами, необхідно звернути увагу на такі головні показники як точність, наприклад підтримання $X_{зд}$, та тривалість перехідних процесів.

Пропорційний регулятор характеризується високою швидкістю, він практично безінерційний. Запишемо його рівняння у вигляді :

$$\frac{dU_{pez}}{dt} = K_{pez} \frac{d(\Delta X)}{dt} \quad (3.72)$$

Таким чином процес регулювання починається одразу, коли $\frac{d(\Delta X)}{dt} \neq 0$, тоді $\frac{dU_{pez}}{dt} \neq 0$. Але процес регулювання закінчується при $\frac{d(\Delta X)}{dt} = 0$, а це може бути при $\Delta X = \text{const}$, тобто $X(t) \neq X_{зд}$. Це так звана статична похибка $\Delta X_{ст}$ (рис.3.14).

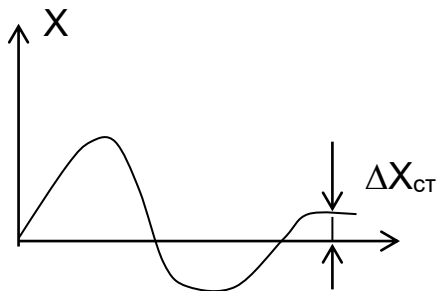


Рис.3.14.Перехідний процес в системі з П-регулятором.

В такій системі можлива множина станів рівноваги, вона називається *статичною*. Цим самим і визначається область застосування П-регуляторів : якщо статична похибка перевищує допустиме значення, то ці регулятори не застосовуються. Особливо важливим є оцінка процесу регулювання при різному навантаженні об'єкта : в статичних системах $\Delta X_{ст}$ зростає при збільшенні навантаження (статична нерівномірність).

Аналогічно аналізується робота інших регуляторів :

- І-регулятор забезпечує в системі єдину точку рівноваги, але процес керування розпочинається пізніше, ніж з П-регулятором.

Це видно з виразу :

$$\frac{dU_{pez}}{dt} = K_{pez}^{int} \Delta X \quad (3.73)$$

В цьому випадку єдина точка рівноваги можлива лише за умови $\Delta X = 0$, тобто $X(t) = X_{зд}$, відсутня статична похибка, система є **астатичною**. В той же час тривалість перехідного процесу зростає і, крім того, І-регулятор не може застосовуватись на об'єктах без самовирівнювання;

- Д-регулятор починає реагувати на прискорення сигналу похибки:

$$\frac{dU_{\text{рег}}}{dt} = K_D \frac{d^2(\Delta X)}{dt^2} \quad (3.74)$$

тобто процес регулювання розпочинається ще раніше, ніж в системі з П-регулятором, але закінчується перехідний процес при $\frac{d^2(\Delta X)}{dt^2} = 0$, тобто Д-регулятор не реагує на постійне відхилення ΔX . Цей регулятор використовується лише як допоміжний пристрій для введення сигналу за похідною регульованої координати, так званого форсуючого сигналу, який діє лише на початку перехідного процесу;

- ПІ-регулятор розпочинає роботу так само швидко, як П-регулятор, але процес регулювання закінчується за умови $\Delta X=0$, тому час перехідного процесу буде більшим, ніж в системі з П-регулятором. Параметри настройки ПІ-регулятора можна визначити за його часовою характеристикою(рис.3.15) :

$K_{\text{рег}} = \frac{U_{\text{рег}}}{\Delta X}$, в точці $t=0$, а T_i – проекція на вісь часу лінії, яка відповідає удвоєнню ($K_{\text{рег}} \cdot \Delta X$), тому T_i називають ще часом удвоєння П-складової;

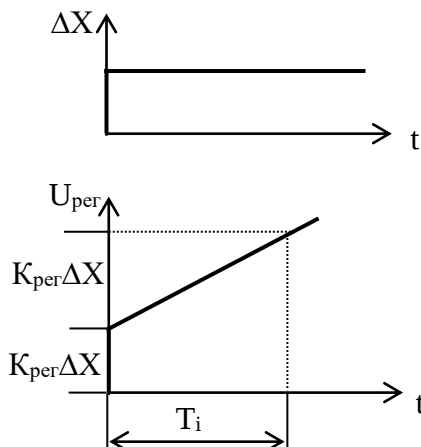


Рис.3.15.Часова характеристика ПІ-регулятора.

- ПІД-регулятор разом з ПІ-регулятором є найбільш поширеними за рахунок того, що змінювання настройок дозволяє застосовувати ці регулятори з найбільшою ефективністю. При використанні ПІД-регулятора можна забезпечити необхідну

точність та тривалість перехідного процесу, але знаходження оптимальних значень $K_{\text{рег}}$, T_i , K_d є досить складною задачею.

При комп'ютерному моделюванні використовують структурні схеми ПІ- та ПІД-регуляторів (рис.3.16).

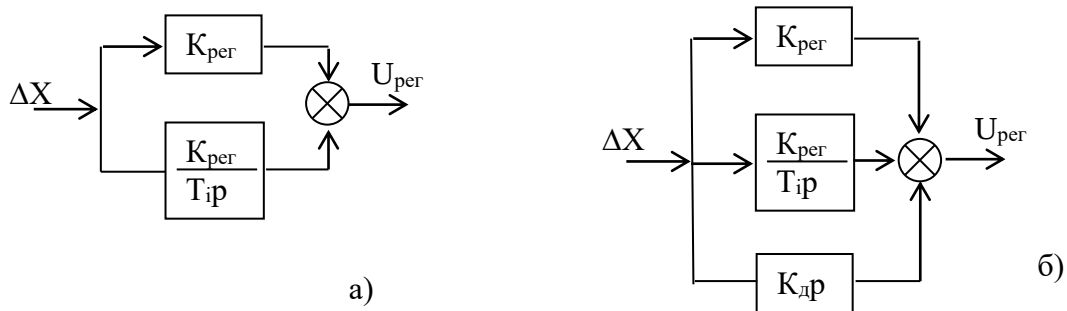


Рис.3.16.Структурні схеми а) ПІ-регулятора; б) ПІД-регулятора.

При технічній реалізації автоматичних регуляторів типові закони керування формуються за рахунок введення необхідних *зворотніх зв'язків*, крім І-регулятора, який не має зворотнього зв'язку. Для визначення типу зворотнього зв'язку автоматичний регулятор АР подається у вигляді двох частин з передаточними функціями регулюючого блока $W_{\text{рб}}(p)$ та зворотнього зв'язку $W_{\text{зз}}(p)$ (рис.3.17).

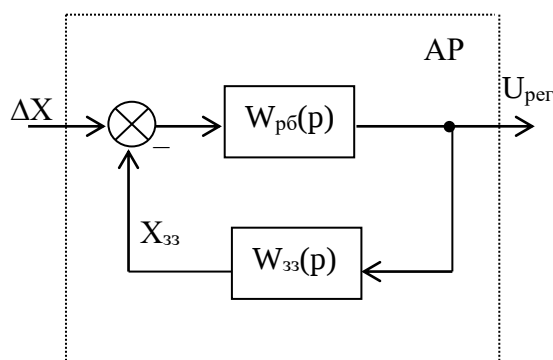


Рис.3.17.Структурна схема автоматичного регулятора.

В цьому випадку передаточна функція регулятора буде :

$$W_{\text{рег}}(p) = \frac{W_{\text{рб}}(p)}{1 + W_{\text{рб}}(p) \cdot W_{\text{зз}}(p)} \quad (3.75)$$

або :

$$W_{pez}(p) = \frac{1}{\frac{1}{W_{p\delta}(p)} + W_{33}(p)} \quad (3.76)$$

Якщо прийняти досить великим коефіцієнт передачі регулятора ($K_{рег} \rightarrow \infty$), то можна записати :

$$W_{pez}(p) \approx \frac{1}{W_{33}(p)} \quad (3.77)$$

Тобто властивості регулятора визначаються характером зворотнього зв'язку, звідки :

$$W_{33}(p) = \frac{1}{W_{pez}(p)} \quad (3.78)$$

Цей вираз дає можливість зробити такі висновки для автоматичних регуляторів щодо зворотніх зв'язків в них :

- П-регулятор :

$$W_{33}(p) = \frac{1}{K_{pez}} \quad (3.79)$$

$$X_{33}(p) = \frac{1}{K_p} \cdot U_{pez} \quad (3.80)$$

що відповідає підсилювальній ланці, яка реалізує жорсткий від'ємний зворотній зв'язок;

- ПІ-регулятор :

$$W_{33}(p) = \frac{1}{K_{pez} + \frac{T_i p}{T_i p}} = \frac{\frac{T_i p}{K_{pez}}}{T_i p + 1} \quad (3.81)$$

$$T_i \frac{dX_{33}}{dt} + X_{33} = \frac{T_i}{K_{pez}} \cdot \frac{dU_{pez}}{dt} \quad (3.82)$$

Це реальна диференціальна ланка, яка реалізує *гнучкий* від'ємний зворотній зв'язок (ізодромний). Характерною особливістю цього зворотнього зв'язку є те, що з часом його дія зменшується до нуля ($X_{33} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$);

- ПІД-регулятор :

$$W_{33}(p) = \frac{1}{K_{pez} + \frac{K_{pez}}{T_i p} + K_{\partial} p} = \frac{p}{K_{pez} p + \frac{K_{pez}}{T_i} + K_{\partial} p^2} = \frac{\frac{T_i}{K_{pez}} \cdot p}{\frac{T_i}{K_{pez}} \cdot K_{\partial} p^2 + T_i p + 1} \quad (3.83)$$

$$\frac{T_i}{K_{pez}} \cdot K_{\partial} \frac{d^2 X_{33}}{dt^2} + T_i \frac{dX_{33}}{dt} + X_{33} = \frac{T_i}{K_{pez}} \cdot \frac{dU_{pez}}{dt} \quad (3.84)$$

Цей зворотній зв'язок відповідає послідовному з'єднанню реальної диференціальної і аперіодичної ланок, це – *інерційний гнучкий* від'ємний зворотній зв'язок;

- ПД-регулятор :

$$W_{33}(p) = \frac{1}{K_{pez} + K_{\partial} p} = \frac{\frac{1}{K_{pez}}}{1 + \frac{K_{\partial}}{K_{pez}} \cdot p} \quad (3.85)$$

$$\frac{K_{\partial}}{K_{pez}} \cdot \frac{dX_{33}}{dt} + X_{33} = \frac{1}{K_{pez}} U_{pez} \quad (3.86)$$

Цей зв'язок називається *інерційним жорстким* від'ємним зворотнім зв'язком, який реалізується аперіодичною ланкою.

Наведені закони керування відповідають ідеальним регулятором, а реальні регулятори мають відхилення від наведених залежностей в зв'язку з неточним відтворенням математичних моделей, можливих нелінійностей і т.д. Відхилення характеристик реальних регуляторів від ідеальних допускається : за модулем – до 100%, за фазою – до 15% на робочій частині.

[1, с.44-80; 2, с.116-126]

Контрольні запитання.

1. Що таке структурні схеми і де вони використовуються?
2. Наведіть приклади типових з'єднань елементів системи і отримання еквівалентних передаточних функцій.
3. Покажіть роль зворотніх зв'язків в автоматичних системах.

4. Які основні правила використовуються при перетворенні структурних схем?
5. Наведіть приклади спрощення структурних схем, зокрема усунення перехресних зв'язків.
6. Які чотири передаточні функції характеризують властивості одноконтурної замкненої АСР? Виведіть вирази для них.
7. Що таке математична модель об'єкта? В чому особливості математичних моделей об'єктів із зосередженими та розподіленими параметрами?
8. Які загальні властивості мають об'єкти різної природи?
9. Наведіть класифікацію математичних моделей об'єктів та методику отримання аналітичних моделей елементарних об'єктів.
10. Типові математичні моделі, область їх застосування.
11. Експериментальні методи визначення динамічних характеристик об'єктів. Які передаточні функції використовуються для опису об'єктів?
12. Наведіть типові закони регулювання : рівняння, передаточні функції, часові та частотні характеристики автоматичних регуляторів.
13. Проаналізуйте особливості процесів керування з різними регуляторами. Що таке органи настройки автоматичних регуляторів?
14. Охарактеризуйте зворотні зв'язки в автоматичних регуляторах, наведіть їх рівняння та передаточні функції.
15. Наведіть рівняння динаміки багатовимірної системи, векторно-матрична форма його представлення.
16. Фазові координати, фазовий простір, математичні моделі в координатах стану.
17. Спостережність та керованість багатовимірних систем. Приклад.