

Завдання для самостійного розв'язання

29. Знайти, які з точок $A_1(1; -2)$, $A_2(-2; 3)$ та $A_3(3; -4)$ лежать на прямій $5x + 3y + 1 = 0$
30. Скласти рівняння медіан трикутника з вершинами $A(-4; -2)$, $B(2; 0)$ та $C(2; -4)$.
31. Записати рівняння сторін AB та CD прямокутника $ABCD$, якщо відомо координати вершин $A(-2; 3)$ та $D(-1; 1)$.
32. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку перетину прямих $x - 5y + 9 = 0$, $3x + 2y + 10 = 0$:
- а) і точку $M(-1; 2)$;
 - б) паралельно прямій $2x - 5y + 11 = 0$;
 - в) перпендикулярно прямій $3x + y - 4 = 0$.
33. Скласти рівняння висот трикутника з вершинами $A(1; 0)$, $B(4; 5)$ та $C(7; 3)$.
34. Знайти проекцію точки $P(1; -2)$ на пряму $3x - y - 9 = 0$.
35. Знайти точку Q , симетричну точці $P(8; -9)$ відносно прямої, що проходить через точки $A(3; 4)$ і $B(-1; -2)$.
36. Обчислити відстань між прямими: а) $4x - 3y - 10 = 0$, $8x - 6y + 15 = 0$; б) $3x + 4y - 11 = 0$, $3x + 4y + 14 = 0$.
37. Знайти відстань від точки $A(-3; 4)$ до прямої, що проходить через точки $M_1(-2; 7)$, $M_2(3; -3)$.
38. Задано дві суміжні вершини $A(2; 5)$ і $B(5; 3)$ паралелограма $ABCD$ і точка $O(-2; 0)$ перетину його діагоналей. Скласти рівняння сторін цього паралелограма.
39. Задані координати вершин трикутника ABC :
- 1) $A(2; 1)$, $B(3; 0)$, $C(4; 4)$;
 - 2) $A(10; 13)$, $B(13; 6)$, $C(1; 1)$;
 - 3) $A(-1; 7)$, $B(5; 3)$, $C(-2; -16)$;
 - 4) $A(-3; 0)$, $B(1; 4)$, $C(3; -2)$.

Визначити:

- а) рівняння сторони AB ;
- б) рівняння середньої лінії MN трикутника, яка паралельна стороні AB ;
- в) рівняння висоти і медіани, проведених з вершини C ;
- г) значення кута BAC ;
- д) відстань від точки C до сторони AB .

40. Скласти рівняння катетів рівнобедреного прямокутного трикутника, знаючи рівняння гіпотенузи $3x - y + 5 = 0$ і вершину $B(-4; 1)$ прямого кута.

41. Скласти рівняння прямої, яка відтинає на осі ординат відрізок довжиною 2, і проходить паралельно прямій $x - 2y + 3 = 0$.

42. Скласти рівняння кола, що проходить через точку $M(6; 2)$ і його центр співпадає з точкою $C(2, -1)$.

43. Записати рівняння кола, центр якого співпадає з точкою $C(1; -1)$ і пряма $5x - 12y + 9 = 0$ є дотичною до кола.

44. Скласти рівняння кола, якщо точки $A(3; 2)$ і $B(-1; 6)$ є кінцями одного з діаметрів.

45. Записати канонічне рівняння еліпса, якщо відомо таке:

- а) велика піввісь дорівнює 6, а лівий фокус міститься в точці $F_1(-4; 0)$;
- б) еліпс, ексцентриситет якого дорівнює $\varepsilon = 7/8$, проходить через точку $A(8; 0)$;
- в) велика вісь дорівнює 50, а ексцентриситет $\varepsilon = 3/5$;
- г) еліпс проходить через точки $M_1(4; -\sqrt{3})$, $M_2(2\sqrt{2}; 3)$.

46. Показати, що рівняння $9x^2 + 16y^2 - 144 = 0$ визначає еліпс, знайти його півосі, координати фокусів, ексцентриситет, рівняння директрис.

47. Записати канонічне рівняння гіперболи, якщо відомо таке:

- а) уявна піввісь дорівнює $b = 3$, а правий фокус міститься в точці $F_1(7; 0)$;
- б) рівняння асимптот $y = \pm \frac{x}{3}$, а дійсна вісь дорівнює $2a = 6$;
- в) дійсна піввісь дорівнює $a = 5$, а ексцентриситет $\varepsilon = 7/5$;
- г) гіпербола проходить через точки $M_1(\sqrt{6}; 0)$ та $M_2(-2\sqrt{2}; 1)$.

48. Показати, що рівняння $4x^2 - 16y^2 = 64$ визначає гіперболу, знайти координати фокусів, ексцентриситет, рівняння асимптот та директрис.

49. Встановити, що рівняння $x^2 - 6y^2 - 12x + 36y - 48 = 0$ визначає гіперболу. Знайти її центр, півосі, координати фокусів, ексцентриситет, рівняння асимптот та директрис.

50. Скласти канонічне рівняння параболи:

- а) симетричної відносно осі Oy , якщо рівняння директриси $y = 9$;
- б) яка проходить через точку $A(4; 1)$ і симетрична відносно осі Ox ;
- в) симетричної відносно осі Ox , якщо рівняння директриси $x = 6$;
- г) симетричної відносно осі Oy , якщо рівняння директриси $y = -1$;

51. Скласти рівняння кола, яке проходить через праву вершину гіперболи $3x^2 - 25y^2 = 75$ і має центр в точці $C(-5; -2)$.

52. Скласти рівняння кола, яке проходить через лівий фокус еліпса $3x^2 + 7y^2 = 21$ і має центр в точці $A(-1; -3)$.

Відповіді до завдань для самостійного розв'язування

29. $A_1, A_2 \in a, \quad A_3 \notin a$.

30. $y = -2, \quad x + y - 2 = 0, \quad x + y + 2 = 0$.

31. $AB: x - 2y + 8 = 0, \quad CD: x - 2y + 3 = 0$.

32. а) $x - 3y + 7 = 0$; б) $2x - 5y + 13 = 0$; в) $x - 3y + 7 = 0$.

33. $2x + y - 13 = 0, \quad 3x + 5y - 36 = 0, \quad 3x - 2y - 3 = 0$.

34. $(2, 2; -2, 4)$. 35. $Q\left(-\frac{142}{13}; \frac{47}{13}\right)$.

36. а) $7\sqrt{5}$; б) $5\sqrt{5}$.

37. $\sqrt{5}$.

38. $2x + 3y - 19 = 0, \quad 2x + 3y + 27 = 0, \quad 8x - 11y - 7 = 0,$
 $8x - 11y + 39 = 0$.

39. 1. а) $x + y - 3 = 0$; б) $2x + 2y + 11 = 0$; в) $x - y = 0$;

г) $\alpha = \arccos\left(-\frac{1}{\sqrt{26}}\right)$; д) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

2. а) $7x + 3y - 109 = 0$; б) $14x - 6y - 35 = 0$;

в) $17x - 21y + 4 = 0$; г) $\alpha = \arccos \frac{19}{5\sqrt{58}}$; д) $\frac{99}{\sqrt{58}}$.

3. а) $2x + 3y - 19 = 0$; б) $4x + 6y + 33 = 0$;

в) $21x - 4y - 22 = 0$; г) $\alpha = \arccos \frac{43}{\sqrt{6890}}$; д) $\frac{71}{\sqrt{13}}$.

4. а) $x - y + 3 = 0$; б) $x - y - 1 = 0$; в) $x + y - 1 = 0$;

г) $\alpha = \arccos \frac{1}{\sqrt{5}}$; д) $4\sqrt{2}$.

40. $2x + y + 7 = 0, \quad x - 2y + 6 = 0$.

41. $x - 2y + 4 = 0$.

42. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$.

43. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$.

44. $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 8$.

45. а) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$; б) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{15} = 1$; в) $\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{400} = 1$;

г) $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{15} = 1$.

46. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, $a = 4$, $b = 3$, $F_1(-\sqrt{7}; 0)$, $F_2(\sqrt{7}; 0)$,

$\varepsilon = \frac{\sqrt{7}}{4}$, $x = \pm \frac{16}{\sqrt{7}}$.

47. а) $\frac{x^2}{40} - \frac{y^2}{9} = 1$; б) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{1} = 1$; в) $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{24} = 1$;

г) $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$.

48. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$, $F_1(-2\sqrt{5}; 0)$, $F_2(2\sqrt{5}; 0)$, $\varepsilon = \frac{\sqrt{5}}{2}$,

$x = \pm \frac{8}{\sqrt{5}}$, $y = \pm \frac{x}{2}$.

49. $\frac{(x-6)^2}{30} - \frac{(y-3)^2}{5} = 1$, $(6; 3)$, $a = \sqrt{30}$, $b = \sqrt{5}$,

$F_1(-\sqrt{35}; 0)$, $F_2(\sqrt{35}; 0)$, $\varepsilon = \sqrt{\frac{7}{6}}$, $x = \pm 6\sqrt{\frac{5}{7}}$, $y = \pm \frac{x}{\sqrt{6}}$.

50. а) $x^2 = -36y$; б) $y^2 = \frac{1}{4}x$; в) $y^2 = -24x$; г) $x^2 = 4y$.

51. $(x+5)^2 + (y+2)^2 = 104$. 52. $(x+1)^2 + (y+3)^2 = 10$.