

Контрольна робота №3

Варіант 36

1. (8 балів) Яка з умов гарантує розбіжність ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ($a_n > 0$) ?
 а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} \leq 1$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$; г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \leq 1$; д) інша відповідь.
2. (8 балів) Яка функція є сумою ряду $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}$?
 а) $\cos x$; б) e^x ; в) $\cosh x$; г) $\operatorname{arctg} x$; д) інша відповідь.
3. (8 балів) За якою формулою можна обчислити площу плоскої фігури D ?
 а) $\iint_D x dx dy$; б) $\iint_D y dx dy$; в) $\iint_D xy dx dy$; г) $\iint_D dx dy$; д) інша відповідь.
4. (8 балів) Площу поверхні σ можна обчислити за формулою:
 а) $S = \iint_{\sigma} xyz d\sigma$; б) $S = \iint_{\sigma} d\sigma$; в) $S = \iint_{\sigma} (x + y + z) d\sigma$;
 г) $S = \iint_{\sigma} (x^2 + y^2 + z^2) d\sigma$; д) інша відповідь.
5. (8 балів) Формула Стокса має вид ($P = P(x, y, z)$, $Q = Q(x, y, z)$, $R = R(x, y, z)$, L - замкнений контур, що обмежує поверхню σ):
 а) $\oint_L P dx + Q dy + R dz = \iint_{\sigma} \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \right) dy dz + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \right) dz dx + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$;
 б) $\oint_L P dx + Q dy + R dz = \iint_{\sigma} \left(\frac{\partial R}{\partial z} - \frac{\partial Q}{\partial y} \right) dy dz + \left(\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial R}{\partial z} \right) dz dx + \left(\frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x} \right) dx dy$;
 в) $\oint_L P dx + Q dy + R dz = \iint_{\sigma} \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \right) dy dz + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \right) dz dx + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$;
 г) $\oint_L P dx + Q dy + R dz = \iint_{\sigma} \left(\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial y} \right) dy dz + \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial R}{\partial z} \right) dz dx + \left(\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial P}{\partial x} \right) dx dy$; д) інша відповідь.
6. (6 балів) З поданих нижче рядів
 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n^5 + 2}}\right)$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n!}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{n} + 2}{\sqrt{n} + 3}\right)^{n\sqrt{n}}$; збіжними є:
 а) всі; б) тільки 2; в) 1 і 2; г) 2 і 3; д) інша відповідь.
7. (6 балів) Встановити відповідність:
 1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{\pi}{6n}$; 1) збіжний абсолютно;
 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt{n+2}}$; 2) розбіжний;
 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \ln(n+1)}$; 3) збіжний умовно.
 а) 1-2, 2-1, 3-3; б) 1-3, 2-1, 3-2; в) 1-2, 2-3, 3-1; г) 1-1, 2-2, 3-3; д) інша відповідь.
8. (6 балів) Знайти проміжок збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n \cdot 5^n}$.
 а) $[-2; 8)$; б) $(2; 8)$; в) $(-3; 5]$; г) $(3; 8]$; д) інша відповідь.
9. (6 балів) Знайти 5-й член розкладу в ряд Маклорена функції $f(x) = e^{3x}$.

а) $-\frac{3^6 x^6}{6!}$; б) $\frac{3^5 x^5}{5!}$; в) $\frac{x^5}{5!}$; г) $\frac{3^4 x^4}{4!}$; д) інша відповідь.

10. (6 балів) Знайти три перших відмінних від нуля члени розкладу в степеневий ряд розв'язку задачі Коші $y' = 2x + y^2 + e^x$, $y(0) = 1$.

а) $y = 1 + x + 2x^2 + \dots$; б) $y = 2 - 3x - 5x^2 + \dots$;

в) $y = 1 + 2x + 4x^2 + \dots$; г) $y = 1 + 2x + 3,5x^2 + \dots$; д) інша відповідь.

11. (6 балів) Обчислити $\iint_D x dx dy$, якщо D задана нерівностями: $x^2 + y^2 \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

а) $\frac{1}{3}$; б) $-\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{2}$; г) $-\frac{1}{2}$; д) інша відповідь.

12. (6 балів) Обчислити $\iiint_V y dx dy dz$, якщо V задана нерівностями $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, $-(x^2 + y^2) \leq z \leq 0$.

а) 3; б) $\frac{12}{55}$; в) 2; г) 0; д) інша відповідь.

13. (6 балів) Обчислити $\int_L xy dx$, де L – дуга синусоїди від точки $A(\pi; 0)$ до точки $B(0; 0)$.

а) $\frac{\pi}{2}$; б) $-\pi$; в) 2π ; г) $\pi + 1$; д) інша відповідь.

14. (6 балів) Обчислити площу фігури, яка обмежена лініями: $x = 0$, $y = 0$, $x + y = 6$.

а) 18; б) 20; в) 16; г) 14; д) інша відповідь.

15. (6 балів) Записати комплексне число $z = \frac{5 - 2i}{3 - i}$ в алгебраїчній формі.

а) $\frac{13}{10} - \frac{1}{10}i$; б) $\frac{1}{10} + \frac{13}{10}i$; в) $\frac{17}{10} + \frac{1}{10}i$; г) $\frac{17}{10} - \frac{1}{10}i$; д) інша відповідь.

Варіант 37

1. (8 балів) Яка з умов гарантує збіжність ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ($a_n > 0$) ?

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$; г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$; д) інша відповідь.

2. (8 балів) Яка функція є сумою ряду $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}$ ($-1 < x \leq 1$) ?

а) $\frac{1}{1-x}$; б) $\ln(1+x)$; в) e^x ; г) $\arctg x$; д) інша відповідь.

3. (8 балів) Які з наведених нижче формул не можуть бути правильними ?

1) $\iint_D f(x, y) dx dy = \int_{\varphi_1(y)}^{\varphi_2(y)} dx \int_c^d f(x, y) dy$; 2) $\iint_D f(x, y) dx dy = \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} dx \int_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} f(x, y) dy$;
3) $\iint_D f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x, y) dy$; 4) $\iint_D f(x, y) dx dy = \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} dy \int_a^b f(x, y) dx$.
а) 1 і 2 ; б) 2, 3 і 4 ; в) 2 і 4 ; г) всі ; д) інша відповідь.

4. (8 балів) Моменти інерції відносно координатних осей матеріальної поверхні σ , поверхнева густина якої $\gamma = \gamma(x, y, z)$, знаходяться за формулами:

а) $I_x = \iint_{\sigma} (y+z) \gamma d\sigma$, $I_y = \iint_{\sigma} (x+z) \gamma d\sigma$, $I_z = \iint_{\sigma} (x+y) \gamma d\sigma$;
б) $I_x = \iint_{\sigma} x^2 \gamma d\sigma$, $I_y = \iint_{\sigma} y^2 \gamma d\sigma$, $I_z = \iint_{\sigma} z^2 \gamma d\sigma$;
в) $I_x = \iint_{\sigma} (x^2 + y^2) \gamma d\sigma$, $I_y = \iint_{\sigma} (y^2 + z^2) \gamma d\sigma$, $I_z = \iint_{\sigma} (z^2 + x^2) \gamma d\sigma$;
г) $I_x = \iint_{\sigma} (y^2 + z^2) \gamma d\sigma$, $I_y = \iint_{\sigma} (x^2 + z^2) \gamma d\sigma$, $I_z = \iint_{\sigma} (x^2 + y^2) \gamma d\sigma$; д) інша відповідь.

5. (8 балів) Потік вектора $\vec{F} = P(x, y, z) \vec{i} + Q(x, y, z) \vec{j} + R(x, y, z) \vec{k}$ через поверхню σ знаходиться за формулою:

а) $\Pi = \iint_{\sigma} P dx dy + Q dy dz + R dz dx$; б) $\Pi = \iint_{\sigma} (P + Q + R) d\sigma$; в) $\Pi = \iint_{\sigma} P dy dz + Q dz dx + R dx dy$;
г) $\Pi = \iint_{\sigma} \frac{\partial P}{\partial x} dy dz + \frac{\partial Q}{\partial y} dz dx + \frac{\partial R}{\partial z} dx dy$; д) інша відповідь.

6. (6 балів) З поданих нижче рядів

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \sin^2 n}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! \sqrt[3]{n}}{3^n + 2}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$; розбіжними є:
а) 1 і 2 ; б) 1 і 3 ; в) тільки 2 ; г) тільки 1 ; д) інша відповідь.

7. (6 балів) Встановити відповідність:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (2n+1)}{3^n + 1}$; 1) розбіжний;
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(2n)}$; 2) збіжний абсолютно;
3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln \left(\frac{3n-1}{2n+3} \right)$; 3) збіжний умовно.

а) 1-2, 2-1, 3-3; б) 1-3, 2-1, 3-2; в) 1-3, 2-2, 3-1; г) 1-2, 2-3, 3-1; д) інша відповідь.

8. (6 балів) Знайти проміжок збіжності степеневому ряду $\sum_{n=1}^{\infty} n^n (x+3)^n$.

а) -3 ; б) $(-\infty; \infty)$; в) $(-3; \infty)$; г) $(-\infty; -3)$; д) інша відповідь.

9. (6 балів) Знайти 4-й член розкладу в ряд Маклорена функції $f(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x}}$.

а) $\frac{x^4}{2^4 \cdot 4!}$; б) $-\frac{x^3}{2^3 \cdot 3!}$; в) $\frac{x^4}{4!}$; г) $-\frac{x^3}{3!}$; д) інша відповідь.

10. (6 балів) Знайти три перших відмінних від нуля члени розкладу в степеневий ряд розв'язку задачі Коші $y' = xy + x^2 + y^2$, $y(0) = 1$.

а) $y = 1 + x + 2x^2 + \dots$; б) $y = 1 - 2x - \frac{1}{3}x^2 + \dots$;

в) $y = 2 - x + 2x^2 + \dots$; г) $y = 1 + x + \frac{3}{2}x^2 + \dots$; д) інша відповідь.

11. (6 балів) Обчислити $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, якщо D обмежена лініями $y^2 = x$, $x = 1$.

а) $\frac{1}{7}$; б) $\frac{105}{88}$; в) $\frac{88}{105}$; г) 0; д) інша відповідь.

12. (6 балів) Обчислити $\iiint_V (3x + 4y) dx dy dz$, якщо V обмежена поверхнями $x = 1$, $y = x$, $y = 0$, $z = 0$, $z = 5(x^2 + y^2)$.

а) $\frac{1}{7}$; б) $\frac{3}{7}$; в) $\frac{4}{7}$; г) 7; д) інша відповідь.

13. (6 балів) Обчислити $\int_L y^2 dx + x^2 dy$, де L – нижня половина еліпса $x = a \cos t$, $y = b \sin t$, яку проходять за годинниковою стрілкою.

а) $\frac{4ab^2}{3}$; б) $-\frac{4ab^2}{3}$; в) $\frac{4a^2b}{3}$; г) $-\frac{4ab^2}{3}$; д) інша відповідь.

14. (6 балів) Обчислити площу фігури, яка обмежена заданою лінією: $(x^2 + y^2)^2 = 2xy$.

а) 1; б) 2; в) $\frac{1}{2}$; г) π ; д) інша відповідь.

15. (6 балів) Записати комплексне число $z = \frac{2+i}{1-2i}$ в алгебраїчній формі.

а) $\frac{1}{5} + \frac{4}{5}i$; б) i ; в) $\frac{2}{5} - \frac{3}{5}i$; г) $\frac{3}{5} + \frac{2}{5}i$; д) інша відповідь.

Варіант 38

1. (8 балів) Яка з умов гарантує збіжність ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ($a_n > 0$) ?

- а) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$; г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} > 1$; д) інша відповідь.

2. (8 балів) Сумою якого ряду є функція e^x ?

- а) $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots$; б) $1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \dots$;
в) $1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$; г) $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$; д) інша відповідь.

3. (8 балів) Подвійний інтеграл $I = \iint_D f(x, y) dx dy$ в полярних координатах ρ, φ набуває виду:

- а) $I = \iint_{D^*} f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi) d\rho d\varphi$; б) $I = \iint_{D^*} f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi) \rho d\rho d\varphi$;
в) $I = \iint_{D^*} f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi) \rho^2 \sin \varphi d\rho d\varphi$; г) $I = \iint_{D^*} f(\rho, \varphi) \rho d\rho d\varphi$; д) інша відповідь.

4. (8 балів) Площу поверхні σ можна обчислити за формулою:

- а) $S = \iint_{\sigma} xyz d\sigma$; б) $S = \iint_{\sigma} d\sigma$; в) $S = \iint_{\sigma} (x + y + z) d\sigma$;
г) $S = \iint_{\sigma} (x^2 + y^2 + z^2) d\sigma$; д) інша відповідь.

5. (8 балів) Робота сили $\vec{F} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$ по переміщенню матеріальної точки вздовж кривої L дорівнює:

- а) $\int_L (P + Q + R) dl$; б) $\int_L P dx + Q dy + R dz$; в) $\int_L P dy + Q dz + R dx$;
г) $\int_L P^2 dx + Q^2 dy + R^2 dz$; д) інша відповідь.

6. (6 балів) З поданих нижче рядів

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n + 1}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos^2 \frac{1}{n}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+2)!}{10^n \cdot n^2}$; збіжними є:
а) 1 і 3; б) тільки 2; в) 2 і 3; г) тільки 1; д) інша відповідь.

7. (6 балів) Встановити відповідність:

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{\pi}{6n}$; 1) збіжний абсолютно;
2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt{n+2}}$; 2) розбіжний;
3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \ln(n+1)}$; 3) збіжний умовно.
а) 1-2, 2-1, 3-3; б) 1-3, 2-1, 3-2; в) 1-2, 2-3, 3-1; г) 1-1, 2-2, 3-3; д) інша відповідь.

8. (6 балів) Знайти проміжок збіжності степеневого ряду $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n \cdot 3^n \ln n}$.

- а) $(-2; 2)$; б) $[-3; 3)$; в) $(-3; 3)$; г) $(-2; 2]$; д) інша відповідь.

(6 балів) Знайти 5-й член розкладу в ряд Тейлора в околі точки $x_0 = 2$ функції $f(x) = \sin \frac{\pi x}{4}$.

а) $\left(\frac{\pi}{4}\right)^8 \frac{(x-2)^8}{8!}$; б) $-\left(\frac{\pi}{4}\right)^{10} \frac{(x-2)^{10}}{10!}$; в) $-\left(\frac{\pi}{4}\right)^6 \frac{(x-2)^6}{6!}$; г) $-\frac{(x-2)^8}{8!}$; д) інша відповідь.

10. (6 балів) Знайти три перших відмінних від нуля члени розкладу в степеневий ряд розв'язку задачі Коші $y' = x^2 y^2 + 1$, $y(0) = 1$.

а) $y = 1 + x + \frac{1}{4}x^2 + \dots$; б) $y = 3x - \frac{1}{3}x^2 + x^3 + \dots$;

в) $y = 1 + x + \frac{1}{3}x^3 + \dots$; г) $y = 1 - 2x + \frac{1}{5}x^3 + \dots$; д) інша відповідь.

11. (6 балів) Обчислити $\iint_D xy^2 dx dy$, якщо D обмежена лініями $y^2 = x$, $y = x$.

а) $\frac{2}{35}$; б) $\frac{1}{7}$; в) $\frac{1}{35}$; г) $-\frac{1}{35}$; д) інша відповідь.

12. (6 балів) Обчислити $\iiint_V \sqrt{x} \cos y dx dy dz$, якщо V задана нерівностями $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq z \leq x^2 + 1$.

а) $\frac{21}{20}$; б) $\frac{20}{21}$; в) $\frac{1}{20}$; г) 20; д) інша відповідь.

13. (6 балів) Обчислити $\int_L \sqrt{y} dl$, де L – частина параболи $y = x^2$, $0 \leq x \leq 1$.

а) $\frac{5\sqrt{5}}{12}$; б) 12; в) $\frac{5\sqrt{5}-1}{12}$; г) $\frac{5\sqrt{5}-2}{12}$; д) інша відповідь.

14. (6 балів) Обчислити площу фігури, яка обмежена лініями: $y = 0$, $y = \sqrt{1-x^2}$.

а) $\frac{1}{2}$; б) $\frac{\pi}{2}$; в) π ; г) 2π ; д) інша відповідь.

15. (6 балів) Знайти модуль r та аргумент φ комплексного числа $z = \frac{-2}{\sqrt{3}-i}$.

а) $r = 1$, $\varphi = \frac{\pi}{6}$; б) $r = 2$, $\varphi = -\frac{\pi}{6}$; в) $r = 1$, $\varphi = -\frac{5\pi}{6}$; г) $r = 1$, $\varphi = \frac{5\pi}{6}$; д) інша відповідь.

Варіант 39

1. (8 балів) Яка з умов гарантує розбіжність ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$?

- а) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| < 1$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$; г) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$; д) інша відповідь.

2. (8 балів) Сумою якого ряду є функція $\frac{1}{1+x}$?

- а) $1+x+x^2+x^3+\dots$; б) $1-x+x^2-x^3+\dots$;
в) $1-\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{4}-\frac{x^6}{6}+\dots$; г) $1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\dots$; д) інша відповідь.

3. (8 балів) Які з наведених нижче тверджень справедливі для подвійного інтеграла ?

- 5) Якщо в області D функція $f(x, y) \geq 0$, то $\iint_D f(x, y) dx dy \geq 0$;
6) Якщо область $D = D_1 \cup D_2$, причому D_1 і D_2 не мають спільних внутрішніх точок, то $\iint_D f(x, y) dx dy = \iint_{D_1} f(x, y) dx dy + \iint_{D_2} f(x, y) dx dy$;
7) Для довільних обмежених замкнених областей D_1 і D_2 справедлива рівність $\iint_{D_1 \cap D_2} f(x, y) dx dy = \iint_{D_1} f(x, y) dx dy \cdot \iint_{D_2} f(x, y) dx dy$;
8) $\iint_D x dx dy = S$, де S - площа області D .

а) 1, 2 і 4; б) 1, 2 і 3; в) 1 і 2; г) всі; д) інша відповідь.

4. (8 балів) Маса матеріальної поверхні σ , поверхнева густина якої $\gamma = \gamma(x, y, z)$, знаходиться за формулою:

- а) $m = \iint_{\sigma} x \gamma(x, y, z) d\sigma$; б) $m = \iint_{\sigma} y \gamma(x, y, z) d\sigma$;
в) $m = \iint_{\sigma} \gamma(x, y, z) d\sigma$; г) $m = \iint_{\sigma} x y z \gamma(x, y, z) d\sigma$; д) інша відповідь.

5. (8 балів) Формула Остроградського-Гаусса встановлює зв'язок між:

- а) поверхневими інтегралами першого і другого роду;
б) подвійними і поверхневими інтегралами;
в) криволінійними і поверхневими інтегралами;
г) потрійними і поверхневими інтегралами; д) інша відповідь.

6. (6 балів) З поданих нижче рядів

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{n^2}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{10^n}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{n^2+1} \right)^{n^2}$; розбіжними є:

- а) 2 і 3; б) всі; в) тільки 2; г) 1 і 3; д) інша відповідь.

7. (6 балів) Встановити відповідність:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \arctg \frac{n}{2n+1}$; 1) збіжний умовно;

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$; 2) збіжний абсолютно;

3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n(n+1)}}{4^n}$; 3) розбіжний.

а) 1-1, 2-3, 3-2; б) 1-3, 2-2, 3-1; в) 1-3, 2-1, 3-2; г) 1-2, 2-3, 3-1; д) інша відповідь.

(6 балів) Знайти проміжок збіжності степеневому ряду $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+8)^{3n}}{n^2}$.

а) $[-9; -8]$; б) $[-9; -7]$; в) $(-8; 8)$; г) $(-9; -7)$; д) інша відповідь.

(6 балів) Користуючись розкладом в ряд Маклорена функції $f(x) = \ln(1-x-6x^2)$, знайти $f^{(5)}(0)$.

а) $211 \cdot 4!$; б) $5!$; в) $-211 \cdot 4!$; г) $-4!$; д) інша відповідь.

10. (6 балів) Знайти три перших відмінних від нуля члени розкладу в степеневий ряд розв'язку задачі Коші $y' = e^{3x} + 2xy^2$, $y(0) = 1$.

а) $y = 1 + x + \frac{5}{3}x^2 + \dots$; б) $y = 1 + \frac{1}{3}x + 2x^2 + \dots$;

в) $y = 1 + x + \frac{5}{2}x^2 + \dots$; г) $y = 2 + 3x - \frac{1}{2}x^2 + \dots$; д) інша відповідь.

11. (6 балів) Обчислити $\iint_D xy^2 dx dy$, якщо D обмежена лініями $y^2 = x$, $-y = x$.

а) $\frac{1}{35}$; б) $-\frac{1}{35}$; в) $\frac{1}{5}$; г) $\frac{1}{14}$; д) інша відповідь.

12. (6 балів) Обчислити $\iiint_V xy dx dy dz$, якщо V задана нерівностями $0 \leq x \leq 1$, $1 \leq y \leq 2$, $0 \leq z \leq 3x + y$.

а) $\frac{5}{8}$; б) $\frac{3}{8}$; в) $\frac{8}{3}$; г) $\frac{8}{5}$; д) інша відповідь.

13. (6 балів) Обчислити $\int_L y dl$, де L – дуга параболи $y = 2\sqrt{x}$, $0 \leq x \leq 1$.

а) $\frac{4}{3}(2\sqrt{2}-1)$; б) $\frac{3}{4}(2\sqrt{2}-1)$; в) $2\sqrt{2}-1$; г) $\frac{4}{3}$; д) інша відповідь.

14. (6 балів) Обчислити площу фігури, яка обмежена лініями: $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$.

а) $\frac{1}{4}$; б) 1 ; в) $\frac{1}{6}$; г) $\frac{1}{3}$; д) інша відповідь.

15. (6 балів) Записати комплексне число $z = \frac{1+i}{3-i}$ в алгебраїчній формі.

а) $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$; б) $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$; в) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$; г) $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i$; д) інша відповідь.

Варіант 40

- (8 балів) Для ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ виконання умови $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$
 - є необхідним для збіжності;
 - є достатнім для збіжності;
 - є необхідним і достатнім для збіжності;
 - означає, що сума ряду дорівнює 0;
 - інша відповідь.
- (8 балів) Сумою якого ряду є функція $\ln(1+x)$?
 - $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$;
 - $x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^4}{4!} + \dots$;
 - $x - x^2 + x^3 - x^4 + \dots$;
 - $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \dots$;
 - інша відповідь.
- (8 балів) Середнім значенням функції $f(x, y)$ в області D називається величина (S - площа області D):
 - $S \iint_D f(x, y) dx dy$;
 - $\frac{1}{S} \iint_D f(x, y) dx dy$;
 - $\frac{1}{S^2} \iint_D f(x, y) dx dy$;
 - $\frac{1}{\sqrt{S}} \iint_D f(x, y) dx dy$;
 - інша відповідь.
- (8 балів) Формула Гріна має вид ($P = P(x, y)$, $Q = Q(x, y)$, L - замкнений контур, що обмежує область D і обходиться в додатному напрямі):
 - $\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \oint_L P dx + Q dy$;
 - $\iint_D \left(\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial y} \right) dx dy = \oint_L P dx + Q dy$;
 - $\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \oint_L P dx + Q dy$;
 - $\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \oint_L P dx - Q dy$;
 - інша відповідь.
- (8 балів) Формула Остроградського-Гаусса має вид ($P = P(x, y, z)$, $Q = Q(x, y, z)$, $R = R(x, y, z)$, σ - замкнена поверхня, що обмежує область V):
 - $\iiint_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dx dy dz = \iint_{\sigma} P dy dz + Q dz dx + R dx dy$;
 - $\iiint_V (P + Q + R) dx dy dz = \iint_{\sigma} \frac{\partial P}{\partial x} dy dz + \frac{\partial Q}{\partial y} dz dx + \frac{\partial R}{\partial z} dx dy$;
 - $\iiint_V \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dx dy dz = \iint_{\sigma} P dx dy + Q dy dz + R dz dx$;
 - $\iiint_V \left(\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} \right) dx dy dz = \iint_{\sigma} P dy dz + Q dz dx + R dx dy$;
 - інша відповідь.
- (6 балів) З поданих нижче рядів
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+1)(n+2)}}$;
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+3} \right)^{n-1}$;
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{((n+1)^3 - 1) \ln(n+1)}$;
збіжними є:
 - тільки 1;
 - 1 і 3;
 - 2 і 3;
 - 1 і 2;
 - інша відповідь.
- (6 балів) Встановити відповідність:
 - $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3n-1}{n(2n+1)}$;
 - збіжний умовно;

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 4^n}{(2n+1)^n}$; 2) розбіжний;

3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln\left(\frac{n+2}{3n+5}\right)$; 3) збіжний абсолютно.

а) 1-2, 2-3, 3-1; б) 1-1, 2-2, 3-3; в) 1-1, 2-3, 3-2; г) 1-3, 2-1, 3-2; д) інша відповідь.

8. (6 балів) Знайти проміжок збіжності степеневого ряду $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}$.

а) $[1; 5)$; б) $[-3; 3]$; в) $(-1; 4)$; г) $(1; 5]$; д) інша відповідь.

9. (6 балів) Знайти 4-й член розкладу в ряд Маклорена функції $f(x) = \frac{2}{1-3x^2}$.

а) $-2 \cdot 3^3 \cdot x^6$; б) $2 \cdot 3^4 \cdot x^8$; в) $2 \cdot x^6$; г) $2 \cdot 3^3 \cdot x^6$; д) інша відповідь.

10. (6 балів) Знайти три перших відмінних від нуля члени розкладу в степеневий ряд розв'язку задачі Коші $y' = x + y + y^2$, $y(0) = 1$.

а) $y = 1 + 6x - \frac{2}{5}x^2 + \dots$; б) $y = 1 - 2x + \frac{8}{5}x^2 + \dots$;

в) $y = 1 + 2x + \frac{7}{2}x^2 + \dots$; г) $y = 1 + 2x + 3x^2 + \dots$; д) інша відповідь.

11. (6 балів) Обчислити $\iint_D xy^2 dx dy$, якщо D обмежена лініями $y = 0$, $x = 1$, $y = -\sqrt{x}$.

а) 1; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{3}{2}$; г) $\frac{2}{21}$; д) інша відповідь.

12. (6 балів) Обчислити $\iiint_V xy dx dy dz$, якщо V задана нерівностями $0 \leq x \leq 1$, $1 \leq y \leq 2$, $-1 \leq z \leq 2x + y$.

а) $\frac{1}{12}$; б) $\frac{35}{12}$; в) $\frac{5}{12}$; г) $\frac{11}{12}$; д) інша відповідь.

13. (6 балів) Обчислити $\int_L (4x - 3y) dl$, де L – дуга кривої $x = \cos t$, $y = \sin t$ між точками $A(-1; 0)$ і $B(1; 0)$.

а) 6; б) -6; в) $-\frac{46}{7}$; г) $-\frac{7}{46}$; д) інша відповідь.

14. (6 балів) Обчислити площу фігури, яка обмежена лініями: $y = 0$, $y = \sqrt{4 - x^2}$.

а) 8π ; б) 4π ; в) 16π ; г) 2π ; д) інша відповідь.

15. (6 балів) Обчислити $(-\sqrt{2} + \sqrt{2}i)^{10}$.

а) 1024; б) -1024; в) $1024i$; г) $-1024i$; д) інша відповідь.

Варіант 41

1. (8 балів) Яка з умов гарантує розбіжність ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$?

- а) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| < 1$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|} < 1$; г) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$; д) інша відповідь.

2. (8 балів) Радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$ може бути знайдений за формулою:

- а) $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|$; б) $R = \lim_{n \rightarrow \infty} |a_n|$; в) $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$; г) $R = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|a_n|}$; д) інша відповідь.

3. (8 балів) Якщо m і M - відповідно найменше і найбільше значення функції $f(x, y)$ в області D , а S - площа цієї області, то має місце оцінка подвійного інтеграла:

- а) $\frac{S}{M} \leq \iint_D f(x, y) dx dy \leq \frac{S}{m}$; б) $mS \leq \iint_D f(x, y) dx dy \leq MS$;
в) $\frac{m}{S} \leq \iint_D f(x, y) dx dy \leq \frac{M}{S}$; г) $\left| \iint_D f(x, y) dx dy \right| \leq (M - m)S$; д) інша відповідь.

4. (8 балів) Яка з формул для обчислення площі області D , обмеженої контуром L не є правильною ?

- а) $S = \frac{1}{2} \oint_L y dx + x dy$; б) $S = \oint_L x dy$; в) $S = \frac{1}{2} \oint_L x dy - y dx$; г) $S = - \oint_L y dx$; д) інша відповідь.

5. (8 балів) Векторне поле $\vec{F} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$ називається соленоїдальним, якщо:

- а) $\text{rot } \vec{F} = \vec{0}$; б) $P + Q + R = 0$; в) $\text{div } \vec{F} = 0$; г) $\text{grad } \vec{F} = \vec{0}$; д) інша відповідь.

6. (6 балів) З поданих нижче рядів

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg(n+1)}{\sqrt{n(n^2+2)}}$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin^n \left(\frac{\pi}{2n} \right)$; збіжними є:
а) 2 і 3; б) тільки 1; в) 1 і 2; г) всі; д) інша відповідь.

7. (6 балів) Встановити відповідність:

- 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$; 1) розбіжний;
2) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1) \ln n}$; 2) збіжний умовно;
3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{3n+1}{2n+3} \right)^n$; 3) збіжний абсолютно.
а) 1-3, 2-1, 3-2; б) 1-2, 2-3, 3-1; в) 1-3, 2-2, 3-1; г) 1-1, 2-3, 3-2; д) інша відповідь.

8. (6 балів) Знайти проміжок збіжності степеневого ряду $\sum_{n=0}^{\infty} (-2)^n x^{2n}$.

- а) $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$; б) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$; в) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right]$; г) $\left[-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$; д) інша відповідь.

9. (6 балів) Знайти 4-й член розкладу в ряд Маклорена функції $f(x) = \text{ch}(3x^2)$.

- а) $\frac{3^5 x^{10}}{5!}$; б) $\frac{3^7 x^{14}}{7!}$; в) $\frac{x^7}{7!}$; г) $-\frac{3^5 x^{10}}{5!}$; д) інша відповідь.

10. (6 балів) Знайти три перших відмінних від нуля члени розкладу в степеневий ряд розв'язку задачі Коші $y' = x + y + y^2$, $y(0) = 1$.

а) $y = 1 + 6x - \frac{2}{5}x^2 + \dots$; б) $y = 1 - 2x + \frac{8}{5}x^2 + \dots$;

в) $y = 1 + 2x + \frac{7}{2}x^2 + \dots$; г) $y = 1 + 2x + 3x^2 + \dots$; д) інша відповідь.

11. (6 балів) Змінити порядок інтегрування: $\int_{-1}^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$.

а) $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$; б) $\int_0^1 dx \int_{-1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$;

в) $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$; г) $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$; д) інша відповідь.

12. (6 балів) Обчислити $\iiint_V xy dx dy dz$, якщо V задана нерівностями $0 \leq x \leq 1$, $1 \leq y \leq 2$, $0 \leq z \leq 3x + y$.

а) $\frac{5}{8}$; б) $\frac{3}{8}$; в) $\frac{8}{3}$; г) $\frac{8}{5}$; д) інша відповідь.

13. (6 балів) Обчислити $\int_L y(x - y) dx + x dy$, де L – дуга параболи $y^2 = 4x$ від точки $A(0;0)$ до точки $B(1;2)$.

а) $-\frac{16}{5}$; б) $-\frac{14}{5}$; в) $-\frac{11}{5}$; г) $\frac{64}{5}$; д) інша відповідь.

14. (6 балів) Обчислити площу фігури, яка обмежена лінією $\rho^2 = \cos 3\varphi$.

а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{4}{3}$; г) 1; д) інша відповідь.

15. (6 балів) Знайти модуль r та аргумент φ комплексного числа $z = \frac{-2}{\sqrt{3} - i}$.

а) $r = 1$, $\varphi = \frac{\pi}{6}$; б) $r = 2$, $\varphi = -\frac{\pi}{6}$; в) $r = 1$, $\varphi = -\frac{5\pi}{6}$; г) $r = 1$, $\varphi = \frac{5\pi}{6}$; д) інша відповідь.

Варіант 42

1. (8 балів) Яка з умов гарантує збіжність ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ($a_n > 0$) ?

- а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} < 1$; в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$; г) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$; д) інша відповідь.

2. (8 балів) Сумою якого ряду є функція $\ln(1-x)$?

- а) $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$; б) $-x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \dots$;
в) $-x - \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} - \frac{x^4}{4!} - \dots$; г) $x - x^2 + x^3 - x^4 + \dots$; д) інша відповідь.

3. (8 балів) Які з наведених нижче формул є правильними ?

1) $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \iint_D dx dz \int_{\psi_1(x, z)}^{\psi_2(x, z)} f(x, y, z) dy$ (D - проекція V на площину Oxz);

2) $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \int_k^l dz \int_{\varphi_1(z)}^{\varphi_2(z)} dy \int_{\psi_1(y, z)}^{\psi_2(y, z)} f(x, y, z) dx$;

3) $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \int_{\varphi_1(y)}^{\varphi_2(y)} dy \int_a^b dx \int_{\psi_1(x, y)}^{\psi_2(x, y)} f(x, y, z) dz$;

4) $\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \iint_D dx dy \int_{\varphi_1(z)}^{\varphi_2(z)} f(x, y, z) dz$ (D - проекція V на площину Oxy).

- а) 1 і 4; б) тільки 1; в) 2 і 3; г) 2 і 4; д) інша відповідь.

4. (8 балів) Якщо просторова крива AB задана параметричними рівняннями $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, $\alpha \leq t \leq \beta$, то для обчислення криволінійного інтеграла першого роду має місце формула:

а) $\int_{AB} f(x, y, z) dl = \int_{\alpha}^{\beta} f(x(t), y(t), z(t)) \sqrt{x'^2(t) + y'^2(t) + z'^2(t)} dt$;

б) $\int_{AB} f(x, y, z) dl = \int_{\alpha}^{\beta} f(x(t), y(t), z(t)) dt$;

в) $\int_{AB} f(x, y, z) dl = \int_{\alpha}^{\beta} f(x(t), y(t), z(t)) x'(t) y'(t) z'(t) dt$;

г) $\int_{AB} f(x, y, z) dl = \int_{\alpha}^{\beta} f(x(t), y(t), z(t)) (x'^2(t) + y'^2(t) + z'^2(t)) dt$; д) інша відповідь.

5. (8 балів) Формула Остроградського-Гаусса встановлює зв'язок між:

- а) поверхневими інтегралами першого і другого роду;
б) подвійними і поверхневими інтегралами;
в) криволінійними і поверхневими інтегралами;
г) потрійними і поверхневими інтегралами; д) інша відповідь.

6. (6 балів) З поданих нижче рядів

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$; 2) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{n+1}{2n+3}}$; 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{n-2}$; розбіжними є:

- а) 1 і 2; б) тільки 2; в) всі; г) тільки 1; д) інша відповідь.

6 балів) Встановити відповідність:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \ln \frac{n^2+1}{n^2}$; 1) розбіжний;

2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \operatorname{tg} \frac{1}{n}$; 2) збіжний умовно;

3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\sqrt{2n^2+1}}{5n+3}$; 3) збіжний абсолютно.

а) 1-3, 2-2,3-1; б) 1-1, 2-2, 3-3; в) 1-2, 2-3, 3-3; г) 1-3, 2-1, 3-2; д) інша відповідь.

8. (6 балів) Знайти проміжок збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(2n-1)^{2n} (x-1)^n}{(3n-2)^{2n}}$.

а) $\left[-\frac{5}{4}; \frac{7}{4}\right]$; б) $\left(0; \frac{15}{4}\right)$; в) $\left(-\frac{5}{4}; \frac{13}{4}\right)$; г) $\left(\frac{7}{4}; \frac{13}{4}\right]$; д) інша відповідь.

9. (6 балів) Знайти 3-й член розкладу в ряд Маклорена функції $f(x) = x \cos \sqrt{x}$.

а) $\frac{x^3}{4!}$; б) $\frac{x^6}{6!}$; в) $-\frac{x^4}{6!}$; г) $-\frac{x^2}{2!}$; д) інша відповідь.

10. (6 балів) Знайти три перших відмінних від нуля члени розкладу в степеневий ряд розв'язку задачі Коші $y' = x + y^2$, $y(0) = -1$.

а) $y = -1 + x - \frac{1}{2}x^2 + \dots$; б) $y = -1 + x + 4x^2 + \dots$;

в) $y = -1 - x + 6x^2 + \dots$; г) $y = -1 + 2x + 3x^2 + \dots$; д) інша відповідь.

11. (6 балів) Обчислити $\iint_D xy^2 dx dy$, якщо D обмежена лініями $y^2 = x$, $y = x$.

а) $\frac{2}{35}$; б) $\frac{1}{7}$; в) $\frac{1}{35}$; г) $-\frac{1}{35}$; д) інша відповідь.

12. (6 балів) Обчислити $\iiint_V \left(\frac{10}{3}x + \frac{5}{3}\right) dx dy dz$, якщо V обмежена поверхнями $x=1$, $y=9x$, $y=0$, $z=0$, $z=\sqrt{xy}$.

а) 0; б) 5; в) $\frac{1}{5}$; г) 25; д) інша відповідь.

13. (6 балів) Обчислити $\int_L y^2 dl$, де L – арка циклоїди $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

а) $\frac{15}{256}a^3$; б) $\frac{256}{15}a^3$; в) $\frac{1}{15}a^3$; г) $\frac{15}{256}a^2$; д) інша відповідь.

14. (6 балів) Обчислити площу фігури, яка обмежена лініями: $x=0$, $y=0$, $x+y=4$.

а) 10; б) 8; в) -8; г) 4; д) інша відповідь.

15. (6 балів) Знайти модуль r та аргумент φ комплексного числа $z = \frac{2}{\sqrt{3}-i}$.

а) $r=1$, $\varphi = \frac{\pi}{3}$; б) $r=1$, $\varphi = \frac{\pi}{6}$; в) $r=2$, $\varphi = -\frac{\pi}{6}$; г) $r=1$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$; д) інша відповідь.

Варіант 43

- (8 балів) Для ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ виконання умови $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$
 - а) є необхідним для розбіжності;
 - б) є достатнім для розбіжності;
 - в) є необхідним і достатнім для розбіжності;
 - г) означає, що сума ряду відмінна від нуля;
 - д) інша відповідь.
- (8 балів) Сумою якого ряду є функція $\cos x$?
 - а) $1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots$;
 - б) $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$;
 - в) $1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} - \frac{x^6}{6} + \dots$;
 - г) $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$;
 - д) інша відповідь.
- (8 балів) Моменти інерції матеріальної пластини, яка займає область D на площині і поверхнева густина якої $\gamma = \gamma(x, y)$, відносно координатних осей і відносно початку координат обчислюються за формулами:
 - а) $I_x = \iint_D y^2 \gamma(x, y) dx dy$, $I_y = \iint_D x^2 \gamma(x, y) dx dy$, $I_0 = \iint_D (x^2 + y^2) \gamma(x, y) dx dy$;
 - б) $I_x = \iint_D x^2 \gamma(x, y) dx dy$, $I_y = \iint_D y^2 \gamma(x, y) dx dy$, $I_0 = \iint_D (x^2 + y^2) \gamma(x, y) dx dy$;
 - в) $I_x = \iint_D x \gamma(x, y) dx dy$, $I_y = \iint_D y \gamma(x, y) dx dy$, $I_0 = \iint_D (x + y) \gamma(x, y) dx dy$;
 - г) $I_x = \iint_D y \gamma(x, y) dx dy$, $I_y = \iint_D x \gamma(x, y) dx dy$, $I_0 = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \gamma(x, y) dx dy$;
 - д) інша відповідь.
- (8 балів) Момент інерції відносно початку координат матеріальної поверхні σ , поверхнева густина якої $\gamma = \gamma(x, y, z)$, знаходиться за формулою:
 - а) $I_0 = \iiint_{\sigma} (x^2 + y^2 + z^2) \gamma d\sigma$;
 - б) $I_0 = \iiint_{\sigma} (x + y + z) \gamma d\sigma$;
 - в) $I_0 = \iiint_{\sigma} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \gamma d\sigma$;
 - г) $I_0 = \iiint_{\sigma} (x^2 + y^2 + z^2) \gamma^2 d\sigma$;
 - д) інша відповідь.
- (8 балів) Дивергенцією векторного поля $\vec{F} = P(x, y, z)\vec{i} + Q(x, y, z)\vec{j} + R(x, y, z)\vec{k}$ називається:
 - а) вектор $\overrightarrow{\text{div}} \vec{F} = \frac{\partial P}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial Q}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial R}{\partial z} \vec{k}$;
 - б) скаляр $\text{div} \vec{F} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 R}{\partial z^2}$;
 - в) вектор $\overrightarrow{\text{div}} \vec{F} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} \vec{i} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \vec{j} + \frac{\partial^2 R}{\partial z^2} \vec{k}$;
 - г) скаляр $\text{div} \vec{F} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$;
 - д) інша відповідь.
- (6 балів) З поданих нижче рядів
 - 1) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$;
 - 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3) \ln^2(2n+1)}$;
 - 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{(3n+5) \cdot 2^n}$;
розбіжними є:
 - а) 1 і 3;
 - б) 2 і 3;
 - в) тільки 3;
 - г) 1 і 2;
 - д) інша відповідь.
- (6 балів) Встановити відповідність:
 - 1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3n-1}{n(2n+1)}$;
 - 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot 4^n}{(2n+1)^n}$;
 - 1) збіжний умовно;
 - 2) розбіжний;

3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \ln\left(\frac{n+2}{3n+5}\right)$; 3) збіжний абсолютно.

а) 1-2, 2-3, 3-1; б) 1-1, 2-2, 3-3; в) 1-1, 2-3, 3-2; г) 1-3, 2-1, 3-2; д) інша відповідь.

8. (6 балів) Знайти проміжок збіжності степеневого ряду $\sum_{n=0}^{\infty} (-2)^n x^{2n}$.

а) $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; б) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$; в) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$; г) $\left[-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; д) інша відповідь.

9. (6 балів) Знайти 3-й член розкладу в ряд Маклорена функції $f(x) = ch(2x^3)$.

а) $\frac{2^4 x^{12}}{4!}$; б) $-\frac{2^3 x^{18}}{3!}$; в) $\frac{2^6 x^{18}}{6!}$; г) $\frac{x^{16}}{4!}$; д) інша відповідь.

10. (6 балів) Знайти три перших відмінних від нуля члени розкладу в степеневий ряд розв'язку задачі Коші $y' = 2y^2 + ye^x$, $y(0) = \frac{1}{3}$.

а) $y = \frac{1}{3} + \frac{5}{9}x + \frac{22}{27}x^2 + \dots$; б) $y = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x^2 + \dots$;

в) $y = \frac{1}{3} + 5x + 7x^2 + \dots$; г) $y = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}x - \frac{5}{4}x^2 + \dots$; д) інша відповідь.

11. (6 балів) Обчислити $\iint_D xy^2 dx dy$, якщо D обмежена лініями $y^2 = x$, $x = 1$.

а) 1; б) $\frac{2}{3}$; в) $\frac{4}{21}$; г) $\frac{1}{120}$; д) інша відповідь.

12. (6 балів) Обчислити $\iiint_V 63(1 + 2\sqrt{y}) dx dy dz$, якщо V обмежена поверхнями $x = 1$, $y = x$, $y = 0$, $z = 0$, $z = \sqrt{xy}$.

а) 32; б) 63; в) 1; г) 0; д) інша відповідь.

13. (6 балів) Обчислити $\int_L xy dl$, де L – дуга гіперболи $x = acht$, $y = asht$, $0 \leq t \leq t_0$.

а) $\frac{a^3}{6}(2ch^2 t_0 - 1)^{\frac{3}{2}}$; б) $\frac{a^3}{6}$; в) $2ch^2 t_0 - 1$; г) $(2ch^2 t_0 - 1)^{\frac{3}{2}}$; д) інша відповідь.

14. (6 балів) Обчислити площу фігури, яка обмежена лініями: $y = 0$, $y = \sqrt{4 - x^2}$.

а) 8π ; б) 4π ; в) 16π ; г) 2π ; д) інша відповідь.

15. (6 балів) Записати комплексне число $z = \frac{3-i}{4+2i}$ в алгебраїчній формі.

а) $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$; б) $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$; в) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$; г) $-\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$; д) інша відповідь.