

28	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28
29	29	29	29	29	29	29	29	29	29	29
30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
31	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
32	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
33	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
34	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
35	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
36	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
37	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
38	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
39	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
40	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
41	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
42	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
43	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
44	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
45	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
46	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
47	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
48	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
49	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
50	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
51	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
52	22	23	24	25	26	27	28	29	30	1
53	23	24	25	26	27	28	29	30	1	2
54	24	25	26	27	28	29	30	1	2	3
55	25	26	27	28	29	30	1	2	3	4
56	26	27	28	29	30	1	2	3	4	5
57	27	28	29	30	1	2	3	4	5	6
58	28	29	30	1	2	3	4	5	6	7
59	29	30	1	2	3	4	5	6	7	8
60	30	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Варіанти завдань контрольної роботи

Задача № 1

Довести сумісність даної системи лінійних алгебраїчних рівнянь і розв'язати її:

а) методом Гаусса; б) матричним методом; в) методом Крамера.

$$1.1. \begin{cases} 2x - y + 3z = -4, \\ -x + 4y + z = 2, \\ 5x + y - 2z = 8. \end{cases}$$

$$1.2. \begin{cases} 4x - 3y - 5z = 2, \\ 3x - y + 2z = 6, \\ x - 2y - 3z = 0. \end{cases}$$

$$1.3. \begin{cases} 6x + 4y + z = -1, \\ -2x - y + 3z = 4, \\ x - 2y - 4z = -7. \end{cases}$$

$$1.4. \begin{cases} x + 6y - 8z = -1, \\ -5x + 4y + 7z = 6, \\ 9x - 3y + 2z = 8. \end{cases}$$

$$1.5. \begin{cases} 3x + 5y + 3z = -3, \\ 4x + 4y + z = -7, \\ -x - 6y + 2z = 4. \end{cases}$$

$$1.6. \begin{cases} -4x + y - 7z = -6, \\ x - 3y - 6z = 7, \\ 3x - 3y + 8z = 9. \end{cases}$$

$$1.7. \begin{cases} x - 7y + 3z = 5, \\ -3x + 5y - 4z = 5, \\ 2x - 2y - 3z = -8. \end{cases}$$

$$1.8. \begin{cases} -x - 4y + 7z = -9, \\ -3x + 2y + 2z = -3, \\ 4x - y - 3z = 3. \end{cases}$$

$$1.9. \begin{cases} -2x - 3y + 3z = 7, \\ x - 4y - 5z = -5, \\ -3x + 2y + 7z = 9. \end{cases}$$

$$1.10. \begin{cases} 5x + 3y - 5z = 1, \\ -6x - y - 4z = -6, \\ -x - 2y + 7z = 3. \end{cases}$$

$$1.11. \begin{cases} 3x - 2y + 3z = 0, \\ -x - 4y - 2z = 6, \\ -5x + y - 4z = -2. \end{cases}$$

$$1.12. \begin{cases} -4x + 2y - z = 9, \\ 3x - 4y - 4z = 7, \\ x + 2y - 3z = 6. \end{cases}$$

$$1.13. \begin{cases} -x + 3y + z = 3, \\ -5x - 2y - 6z = -8, \\ 2x - 2y - 3z = 3. \end{cases}$$

$$1.14. \begin{cases} x - 3y - 5z = -4, \\ -2x + 4y + 7z = 6, \\ 4x - 3y - 2z = 2. \end{cases}$$

$$1.15. \begin{cases} -3x + 2y - 8z = 1, \\ 5x + 5y + z = -6, \\ -x - 6y + 2z = 9. \end{cases}$$

$$1.16. \begin{cases} -8x - y - 7z = -8, \\ x - 5y - 2z = 9, \\ 3x - 3y + 8z = 1. \end{cases}$$

$$1.17. \begin{cases} x - 9y + 3z = 8, \\ -2x + 5y + 4z = 4, \\ 5x - 3y - 2z = 6. \end{cases}$$

$$1.18. \begin{cases} -x + 4y + 5z = 6, \\ 6x - 4y + 3z = 4, \\ -4x + 3y + z = -2. \end{cases}$$

$$1.19. \begin{cases} -5x - 3y + 2z = 0, \\ x - 4y + 5z = -7, \\ 7x - 2y + 4z = -8. \end{cases}$$

$$1.20. \begin{cases} 6x - 5y - 5z = 3, \\ -4x - y + 4z = 5, \\ -x - 7y + 2z = -6. \end{cases}$$

$$1.21. \begin{cases} 9x - y + 3z = 6, \\ -x + 4y + 5z = -7, \\ -5x + y - 2z = -5. \end{cases}$$

$$1.22. \begin{cases} -4x + 2y - 5z = -7, \\ 7x - 6y + 2z = 8, \\ x - 3y - 2z = -8. \end{cases}$$

$$1.23. \begin{cases} 6x + 4y - 9z = 9, \\ -2x - 3y + 5z = -1, \\ x - 3y - 2z = 1. \end{cases}$$

$$1.24. \begin{cases} x + 6y + z = 6, \\ -3x - 4y - z = 2, \\ 2x - 3y + 5z = 6. \end{cases}$$

$$1.25. \begin{cases} 4x - 5y - 4z = -7, \\ 3x + y - 7z = 9, \\ -x - 2y + 2z = -8. \end{cases}$$

$$1.26. \begin{cases} -4x + 7y - 3z = -5, \\ x - 4y + 3z = 8, \\ 6x - 9y + 5z = 9. \end{cases}$$

$$1.27. \begin{cases} x - 4y + 2z = 7, \\ -5x + 2y - 4z = -7, \\ 2x - 2y + 3z = 5. \end{cases}$$

$$1.28. \begin{cases} -x - 5y + 3z = 6, \\ -2x + 2y - 3z = -3, \\ 4x - y + 3z = 0. \end{cases}$$

$$1.29. \begin{cases} -2x - 3y - 2z = -6, \\ x - 4y - 3z = 4, \\ -4x + 3y - 2z = 0. \end{cases}$$

$$1.30. \begin{cases} 5x + 3y + 5z = -9, \\ 7x - 5y - 3z = -5, \\ -x - 4y - 6z = 2. \end{cases}$$

Задача № 2

Задані координати вершин піраміди A_1, A_2, A_3, A_4 . Знайти:

- 1) довжину ребра A_1A_2 ;
- 2) кут між ребрами A_1A_2 і A_1A_4 ;
- 3) проекцію вектора $\vec{A_1A_3}$ на напрям вектора $\vec{A_1A_4}$;
- 4) площу грані $A_1A_2A_3$;
- 5) об'єм піраміди $A_1A_2A_3A_4$;
- 6) рівняння площини $A_1A_2A_3$ та кут між нею і ребром A_1A_4 ;
- 7) кут між гранями $A_1A_2A_3$ і $A_1A_2A_4$;
- 8) рівняння і довжину висоти, опущеної з вершини A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

2.1. $A_1(2;0;0); A_2(-2;0;-1); A_3(1;4;2); A_4(3;0;6)$.

2.2. $A_1(-2;0;2); A_2(0;0;4); A_3(3;2;5); A_4(1;3;2)$.

2.3. $A_1(1;2;3); A_2(2;0;0); A_3(3;2;5); A_4(4;0;0)$.

2.4. $A_1(3;0;6); A_2(1;-3;2); A_3(3;2;5); A_4(2;2;5)$.

2.5. $A_1(-2;0;-1); A_2(0;0;4); A_3(1;3;2); A_4(3;2;7)$.

2.6. $A_1(1;-2;1); A_2(0;0;4); A_3(1;4;2); A_4(2;0;0)$.

2.7. $A_1(-2;1;0); A_2(3;2;7); A_3(2;2;5); A_4(6;1;5)$.

2.8. $A_1(-1;3;0); A_2(2;0;0); A_3(4;-1;-2); A_4(3;2;7)$.

2.9. $A_1(6;1;5); A_2(5;1;0); A_3(-4;1;-2); A_4(-6;0;5)$.

2.10. $A_1(1;-1;6); A_2(-5;-1;0); A_3(4;0;0); A_4(2;2;5)$.

2.11. $A_1(7;7;3); A_2(6;5;8); A_3(3;5;8); A_4(8;4;1)$.

2.12. $A_1(7;2;2); A_2(5;7;7); A_3(5;3;1); A_4(2;3;7)$.

2.13. $A_1(6;6;5); A_2(4;9;5); A_3(4;6;11); A_4(6;9;3)$.

2.14. $A_1(1;8;2); A_2(5;2;6); A_3(5;7;4); A_4(4;10;9)$.

2.15. $A_1(3;5;4); A_2(8;7;4); A_3(5;10;4); A_4(4;7;8)$.

2.16. $A_1(3;2;-2); A_2(1;3;1); A_3(6;2;0); A_4(0;2;2)$.

2.17. $A_1(5;-1;3); A_2(8;8;-3); A_3(2;0;2); A_4(4;1;0)$.

2.18. $A_1(-2;0;4); A_2(3;-3;7); A_3(-3;-5;11); A_4(-2;-7;15)$.

2.19. $A_1(0;1;1); A_2(3;4;4); A_3(-3;9;3); A_4(0;5;4)$.

2.20. $A_1(2;-5;2); A_2(-7;2;4); A_3(6;-1;3); A_4(0;1;5)$.

2.21. $A_1(2;4;3); A_2(7;6;3); A_3(4;9;3); A_4(3;6;7)$.

2.22. $A_1(3;2;1); A_2(2;-1;8); A_3(2;-1;2); A_4(6;-1;6)$.

2.23. $A_1(6;6;2); A_2(5;4;7); A_3(2;4;7); A_4(7;3;0)$.

2.24. $A_1(6;1;1); A_2(4;6;6); A_3(4;2;0); A_4(1;2;6)$.

2.25. $A_1(4;0;0); A_2(5;-1;2); A_3(4;0;2); A_4(2;2;1)$.

2.26. $A_1(1;-1;3); A_2(5;1;0); A_3(4;1;1); A_4(2;3;5)$.

2.27. $A_1(6;2;4); A_2(7;0;0); A_3(1;3;-2); A_4(6;2;5)$.

2.28. $A_1(1;5;2); A_2(-5;1;0); A_3(2;1;6); A_4(2;2;-2)$.

2.29. $A_1(-1;10;6); A_2(1;-1;0); A_3(5;9;0); A_4(0;0;8)$.

2.30. $A_1(3;0;0); A_2(4;1;9); A_3(1;5;2); A_4(0;2;0)$.

Задача № 3

Скласти канонічні рівняння: а) еліпса; б) гіперболи; в) параболи.

(A, B – точки, які лежать на кривій, F – фокус, a, b – відповідно велика та мала півосі еліпса (a, b – дійсна горизонтальна та уявна півосі для гіперболи), ε – ексцентриситет, $y = \pm kx$ – рівняння асимптот гіперболи, d – директриса кривої, $2c$ – відстань між фокусами).

- 3.1. а) $\varepsilon = \frac{3}{5}$, $A(0;8)$; б) $k = \frac{\sqrt{11}}{5}$, $2c = 12$; в) $d : y = 9$.
- 3.2. а) $2a = 22$, $\varepsilon = \frac{10}{11}$; б) $A(\sqrt{6};0)$, $B(-2\sqrt{2};1)$; в) вісь симетрії Ox і $A(-7;5)$.
- 3.3. а) $b = 2\sqrt{2}$, $\varepsilon = \frac{7}{9}$; б) $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $2a = 12$; в) вісь симетрії Oy і $A(-45;15)$.
- 3.4. а) $\varepsilon = \frac{2}{3}$, $A(-6;0)$; б) $A(\sqrt{8};0)$, $B\left(\frac{\sqrt{20}}{3};2\right)$; в) $d : y = 1$.
- 3.5. а) $b = 15$, $F(-10;0)$; б) $a = 13$, $\varepsilon = \frac{14}{3}$; в) $d : x = -4$.
- 3.6. а) $b = 2$, $\varepsilon = 5\frac{\sqrt{29}}{29}$; б) $k = \frac{12}{13}$, $2a = 26$; в) вісь симетрії Ox і $A(-5;15)$.
- 3.7. а) $A(3;0)$, $B\left(2;\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$; б) $k = \frac{3}{4}$, $\varepsilon = \frac{5}{4}$; в) $d : y = -2$.
- 3.8. а) $b = 2$, $F(4\sqrt{2};0)$; б) $a = 7$, $\varepsilon = \frac{\sqrt{85}}{7}$; в) $d : x = 5$.
- 3.9. а) $2a = 22$, $\varepsilon = \frac{\sqrt{57}}{11}$; б) $k = \frac{2}{3}$, $2c = 10\sqrt{13}$; в) вісь симетрії Ox і $A(27;9)$.
- 3.10. а) $A(0;-2)$, $B\left(\frac{\sqrt{5}}{2};1\right)$; б) $k = 2\frac{\sqrt{10}}{9}$, $\varepsilon = \frac{11}{9}$; в) $d : y = 5$.
- 3.11. а) $b = 2\sqrt{15}$, $\varepsilon = \frac{7}{8}$; б) $k = \frac{5}{6}$, $2a = 12$; в) вісь симетрії Oy і $A(-2;3\sqrt{2})$.
- 3.12. а) $2a = 50$, $\varepsilon = \frac{3}{5}$; б) $k = \frac{\sqrt{29}}{14}$, $2c = 30$; в) вісь симетрії Oy і $A(4;1)$.
- 3.13. а) $A(-3;0)$, $B\left(1;\frac{\sqrt{40}}{3}\right)$; б) $k = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $\varepsilon = \frac{\sqrt{15}}{3}$; в) $d : y = 4$.
- 3.14. а) $b = 7$, $F(13;0)$; б) $b = 4$, $F(-11;0)$; в) $d : x = 13$.
- 3.15. а) $\varepsilon = \frac{3}{6}5$, $A(0;-\sqrt{11})$; б) $A\left(\sqrt{\frac{32}{2}};1\right)$, $B(\sqrt{8};0)$; в) $d : y = -3$.
- 3.16. а) $2a = 30$, $\varepsilon = \frac{17}{15}$; б) $k = \frac{\sqrt{18}}{8}$, $2c = 18$; в) вісь симетрії Oy і $A(4;-10)$.
- 3.17. а) $A\left(-\sqrt{\frac{17}{3}};\frac{1}{3}\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{21}}{2};\frac{1}{2}\right)$; б) $k = \frac{1}{2}$, $\varepsilon = \frac{\sqrt{5}}{2}$; в) $d : y = -1$.
- 3.18. а) $a = 9$, $F(7;0)$; б) $b = 6$, $F(12;0)$; в) $d : x = -\frac{1}{4}$.

- 3.19. а) $b=5$, $F(-10;0)$; б) $a=9$, $\varepsilon=\frac{4}{3}$; в) $d:x=12$.
- 3.20. а) $a=13$, $F(-5;0)$; б) $b=44$, $F(-7;0)$; в) $d:x=-\frac{3}{8}$.
- 3.21. а) $b=\sqrt{15}$, $\varepsilon=\frac{\sqrt{10}}{25}$; б) $k=\frac{3}{4}$, $2a=16$; в) вісь симетрії Ox і $A(4;-8)$.
- 3.22. а) $\varepsilon=\frac{7}{8}$, $A(8;0)$; б) $A\left(3;-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$, $B\left(\frac{\sqrt{13}}{5};6\right)$; в) $d:y=4$.
- 3.23. а) $2a=24$, $\varepsilon=\frac{\sqrt{22}}{6}$; б) $k=\sqrt{\frac{2}{3}}$, $2c=10$; в) вісь симетрії Ox і $A(-7;7)$.
- 3.24. а) $A(0;\sqrt{3})$, $B\left(\sqrt{\frac{14}{3}};1\right)$; б) $k=\frac{\sqrt{21}}{10}$, $\varepsilon=\frac{11}{10}$; в) $d:y=-4$.
- 3.25. а) $b=4$, $F(9;0)$; б) $a=5$, $\varepsilon=\frac{7}{5}$; в) $d:x=6$.
- 3.26. а) $a=4$, $F(3;0)$; б) $b=2\sqrt{10}$, $F(-11;0)$; в) $d:x=-2$.
- 3.27. а) $\varepsilon=\frac{\sqrt{21}}{5}$, $A(-5;0)$; б) $A(\sqrt{80};3)$, $B(2\sqrt{6};3\sqrt{2})$; в) $d:y=1$.
- 3.28. а) $a=6$, $F(-4;0)$; б) $b=3$, $F(7;0)$; в) $d:x=-7$.
- 3.29. а) $b=5$, $\varepsilon=\frac{12}{13}$; б) $k=\frac{1}{3}$, $2a=6$; в) вісь симетрії Oy і $A(-9;6)$.
- 3.30. а) $b=7$, $F(-5;0)$; б) $a=11$, $\varepsilon=\frac{12}{11}$; в) $d:x=10$.

Задача № 4

4.1. Рівняння однієї із сторін квадрата $x+2y-5=0$. Скласти рівняння трьох інших сторін квадрата, якщо $P(-1;0)$ – точка перетину його діагоналей. Зробити рисунок.

4.2. Дано рівняння однієї із сторін ромба $x-3y+10=0$ і однієї з його діагоналей $x+4y-4=0$; діагоналі ромба перетинаються в точці $P(0;1)$. Скласти рівняння інших сторін ромба. Зробити рисунок.

4.3. Дано рівняння двох сторін паралелограма $x+2y-2=0$ і $x+y-4=0$, а рівняння однієї із його діагоналей $x-2=0$. Знайти координати вершин паралелограма. Зробити рисунок.

4.4. Дано вершини $A(-3;-2)$, $B(4;-1)$, $C(1;3)$ трапеції $ABCD$. Відомо, що діагоналі трапеції взаємно перпендикулярні. Знайти координати вершини D цієї трапеції. Зробити рисунок.

4.5. Дано рівняння двох сторін трикутника $5x-4y+15=0$ і $4x+y-9=0$. Його медіани перетинаються в точці $P(0;2)$. Скласти рівняння третьої сторони.

4.6. Скласти рівняння катетів рівнобедреного прямокутника трикутника, знаючи рівняння гіпотенузи $y=3x+5$ і вершину прямого кута $(-4;1)$. Зробити рисунок.

4.7. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку $(-2;5)$ під кутом $\frac{\pi}{4}$, до прямої $4x+3y-1=0$. Зробити рисунок.

4.8. Через точку перетину прямих $8x - 3y - 1 = 0$ і $4x + y - 13 = 0$ провести пряму паралельно прямій $4x + 3y - 5 = 0$ і записати її рівняння. Зробити рисунок.

4.9. Через точку перетину прямих $5x - 2y + 13 = 0$ і $x + 3y - 11 = 0$ провести пряму перпендикулярно прямій $4x - 7y + 12 = 0$ і записати її рівняння. Зробити рисунок.

4.10. скласти рівняння двох сторін трикутника, якщо $A(5; -5)$, $B(-3; 1)$ – дві його вершини, а $D(2; 5)$ – точка перетину його висот. Зробити рисунок.

4.11. Дано вершини $A(2; -2)$, $B(3; -1)$ і точка $P(1; 0)$ перетину медіан трикутника ABC . Скласти рівняння висоти трикутника, проведеної через третю вершину C . Зробити рисунок.

4.12. Дано рівняння двох медіан трикутника $x - 2y + 1 = 0$ і $y - 1 = 0$ і одна із його вершин $A(1; 3)$. Скласти рівняння його сторін. Зробити рисунок.

4.13. Дві сторони трикутника задані рівняннями $5x - 2y - 8 = 0$ і $3x - 2y - 8 = 0$, а середина третьої сторони співпадає з початком координат. Скласти рівняння цієї сторони. Зробити рисунок.

4.14. Сторони AB і BC паралелограма задані рівняннями $2x - y + 5 = 0$ і $x + 2y - 4 = 0$, діагоналі його перетинаються в точці $M(1; 4)$. Знайти довжини його висот. Зробити рисунок.

4.15. Дано рівняння двох сторін прямокутника $2x - 3y + 5 = 0$ і $3x + 2y - 7 = 0$ і одна з його вершин $O(0; 0)$. Скласти рівняння двох інших сторін прямокутника. Зробити рисунок.

4.16. На прямій $2x + y + 6 = 0$ знайти точку, рівновіддалену від двох точок $A(2; 3)$, $B(4; 5)$. Зробити рисунок.

4.17. Знайти відстань від точки $A(1; 2)$ до прямої, яка проходить через точки $B(3; 8)$ і $C(5; -13)$. Зробити рисунок.

4.18. Дано трикутник з вершинами $A(-1; 2)$, $B(3; 4)$, $C(1; -6)$. Обчислити відстань від вершини B до медіани, яка проведена із вершини A . Зробити рисунок.

4.19. Дано рівняння двох паралелограма $x - y - 1 = 0$ і $x - 2y - 1 = 0$ і точку $P(2; -2)$ перетину його діагоналей. Скласти рівняння двох інших сторін паралелограма. Зробити рисунок.

4.20. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(4; 1)$ на відстані 4 одиниці від точки $B(-4; 0)$. Зробити рисунок.

4.21. Дано дві протилежні вершини квадрата $A(2; 1)$ і $C(4; 5)$. Знайти дві інші вершини квадрата. Зробити рисунок.

4.22. Через точку $M(1; 2)$ провести пряму, відстань до якої від точок $M_2(2; 3)$ і $M_3(2; 3)$ були б однакові. Зробити рисунок.

4.23. Через точку $P(0; 1)$ провести пряму так, щоб її відрізок, який міститься між двома даними прямими $x - 3y + 10 = 0$ і $2x + y - 8 = 0$, ділиться в точці P навпіл. Зробити рисунок.

4.24. Скласти рівняння сторін трикутника, знаючи одну з його вершин $A(-4; 2)$ і рівняння двох медіан: $3x - 2y + 2 = 0$ і $3x + 5y - 12 = 0$. Зробити рисунок.

4.25. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку перетину прямих $2x + 5y + 8 = 0$ і $3x - 4y - 7 = 0$ під кутом 45° до прямої $y = 4x + 3$. Зробити рисунок.

4.26. Дано точки $A(-4; 0)$ і $B(2; -8)$. Знайти на прямій $x + 1 = 0$ таку точку M , щоб прямі AM і BM були взаємно перпендикулярні. Зробити рисунок.

4.27. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(1;2)$, так, що її відрізок, який заключений між осями координат, ділиться в точці A пополам. Зробити рисунок.

4.28. Скласти рівняння сторони трикутника, якщо відомо, що її серединою є точка $P(-1;-1)$, а дві інші сторони трикутника задаються рівняннями $5x - 2y - 5 = 0$ і $3x - 2y - 7 = 0$. Зробити рисунок.

4.29. Точка $A(-4;5)$ є вершиною квадрата, діагональ якого лежить на прямій $7x - y + 8 = 0$. Скласти рівняння сторін, та іншої діагоналі цього квадрата. Зробити рисунок.

4.30. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(4;3)$ і відтинає від його координатного кута трикутник з площею, що дорівнює 3 кв.од. Зробити рисунок.

Задача № 5

Знайти область визначення функції.

5.1. $y = \frac{\lg(x+3)}{x^2 - x - 2}$.

5.2. $y = \sqrt{x^2 - |x| - 2}$.

5.3. $y = \sqrt{x^4 - 16} + \frac{1}{|x| - 2}$.

5.4. $y = \frac{\sqrt{x^2 - 10x + 9}}{\log_2(x+1)}$.

5.5. $y = \lg x - \lg(1 - x^2)$.

5.6. $y = \frac{\sqrt{x}}{\lg(1-x)}$.

5.7. $y = \frac{\lg(3x)}{(x-3)\lg(x-1)}$.

5.8. $y = \lg(1 - \lg(x^2 - 5x + 16))$.

5.9. $y = \log_{x^2-1} \frac{3}{x+2}$.

5.10. $y = \frac{\sqrt{2-x^2}}{\arcsin x}$.

5.11. $y = \lg(x-1) - \arcsin \frac{x}{3}$.

5.12. $y = \arccos(2 - \sqrt{x})$.

5.13. $y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{\lg \cos x}}$.

5.14. $y = \arcsin(2 - x^2)$.

5.15. $y = \arcsin(\operatorname{tg} x)$.

5.16. $y = \arccos(2^x)$.

5.17. $y = \sqrt{\lg \frac{3x-x^2}{x-1}}$.

5.18. $y = \arccos(\log_2 x)$.

5.19. $y = \log_{\sin x}(x+3)$.

5.20. $y = \arcsin \frac{x-1}{x}$.

5.21. $y = \frac{\sqrt{x^2 - \pi^2}}{\cos \pi x}$.

5.22. $y = \lg \cos(x+1)$.

5.23. $y = \log_{x-1}(x^2 - 4)$.

5.24. $y = \arcsin(3x-2)$.

5.25. $y = \sqrt{\log_{0,2}(5-x)}$.

5.26. $y = \arccos(\lg(3-2x))$.

5.27. $y = \frac{\log_2 x}{\log_3 x - 1}$.

5.28. $y = \log_x(\arcsin x)$.

5.29. $y = \sqrt{4^x - 3 \cdot 2^x + 2}$.

5.30. $y = \sqrt{3 - 5x - 2x^2}$.

Задача № 6

Знайти границі функцій, не користуючись правилом Лопітала.

6.1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 2x + 3x^2}{6x^2 + 5x - 3}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x^2}$;

д) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x}$;

е) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^x$.

$$6.2. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{3x^3 + x^2 - 1};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{5x};$$

$$6.3. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 5}{x^3 + x - 2};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{|x|};$$

$$6.4. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^4 - x + 2};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctan 2x};$$

$$6.5. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 5}{5x^2 - x - 1};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2};$$

$$6.6. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 2x^2 + 5x^4}{x^4 - 12x + 1};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x};$$

$$6.7. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{1 - \cos 2x};$$

$$6.8. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 1};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)}{x^2};$$

$$6.9. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 2x^3 + 2}{x^4 + 3};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \operatorname{tg} 2x};$$

$$6.10. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x^3 + 4}{2x^4 + x^2 + 9};$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow 0} 5x \operatorname{ctg} 3x;$$

$$6.11. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 4x + 1};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2};$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin\left(\frac{x}{2}\right)}{\pi - x};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1};$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2};$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4};$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2};$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4};$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2};$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x - \pi)^4};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1};$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1};$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x + 2};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x - 2}{x - 2};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x - 7};$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^x.$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x};$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x}\right)^{2x}.$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1};$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{x^2};$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x+1) - \ln x).$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2};$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x+1)(\ln(x+3) - \ln x).$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2} - 1}{x^2 + x^3};$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-5)(\ln(x-3) - \ln x).$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3};$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 1} (7-6x)^{x/(3x-3)}.$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{x^2 - 5x};$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 2} (3x-5)^{1/(x-2)}.$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x}-2};$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 3} (3x-8)^{2/(x-3)}.$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+3} - 3}{x-6};$$

$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \sin 4x}{5x};$	$\Delta) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x};$	$\text{E}) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2-x}{x} \right)^{\frac{1}{\ln(2-x)}}.$
6.12. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + x - 2}{2x^3 + 6x};$	б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 4x + 3}{x^3 - 9x};$	В) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x + 1} - 5};$
$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{1 - \cos 4x};$	$\Delta) \lim_{x \rightarrow 11} \frac{\sin x + \sin 11}{x - 11};$	$\text{E}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+6}{x} \right)^{3x}.$
6.13. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^8 - 4x^4}{4 - 8x^2 + 2x^8};$	б) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1};$	В) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8};$
$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{2 \sin x};$	$\Delta) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{\pi - 4x};$	$\text{E}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{1+2x} \right)^{-4x}.$
6.14. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^6 + 4x}{x^6 - x^5};$	б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1};$	В) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9};$
$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x};$	$\Delta) \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2};$	$\text{E}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+5}{x} \right)^{3x+4}.$
6.15. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x^2 + x}{2 - 4x^2 - 2x^3};$	б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6};$	В) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x^2} - 2}{x^2};$
$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{10x^2}{1 - \cos x};$	$\Delta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x + \sin 4x}{5x};$	$\text{E}) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4-2x}{1-2x} \right)^{x+1}.$
6.16. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 + 5x + 6}{5x^2 - x + 7};$	б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{x^2 + 3x + 2};$	В) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{8+x} - 3}{x-1};$
$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x}{1 - \cos x};$	$\Delta) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9-2x^2)}{2\pi x};$	$\text{E}) \lim_{x \rightarrow 1} (7-6x)^{1/(2x-2)}.$
6.17. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 + 6x^3 - 4}{2x^4 - x^2 + 5};$	б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{2x^2 + x - 10};$	В) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{5+x^2} - 3};$
$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos 4x};$	$\Delta) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cos x - \cos 3}{x-3};$	$\text{E}) \lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{1/x}.$
6.18. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 - 7x - 1};$	б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 6};$	В) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} + 5}{3 - \sqrt{x}};$
$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^5 x}{4x^2};$	$\Delta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x};$	$\text{E}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^x.$
6.19. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 3x - 2}{2x^4 + 5};$	б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 2x^2 - 3}{x^2 - 3x + 2};$	В) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sqrt{x+3} - 3}{x-6};$
$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x^2}{\sin^2 5x};$	$\Delta) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2};$	$\text{E}) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+1} \right)^{x-1}.$
6.20. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x - 7}{x^2 + 2};$	б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x-1};$	В) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x^2 + 2x - 15};$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - \sin x}{\arcsin x};$$

$$\Delta) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x};$$

$$\text{E)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2} \right)^{3x}.$$

$$6.21. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + x + 3x^2}{4x^7 - x^3 + 5};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 2x + 3)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{4x} - x}{x^2 - 16};$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 5x}{\sin^2 x};$$

$$\Delta) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\pi - 4x)^2}{1 - \sin 2x};$$

$$\text{E)} \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3\operatorname{tg}^2 x)^{\operatorname{ctg}^2 x}.$$

$$6.22. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^4 + 3x^2 - 7}{2x^4 + 5x^2 - 1};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{7x^2 + 8x + 1}{x + 1};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{\sqrt{x} - 1};$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \sin x};$$

$$\Delta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\operatorname{tg}^2 \pi x}{1 + \cos \pi x};$$

$$\text{E)} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\cos 2x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$6.23. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5x + 4}{4 + x - 2x^2};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{x^2 + 9}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1};$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 3x;$$

$$\Delta) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{ctg} 3x}{\operatorname{tg} 2x};$$

$$\text{E)} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{6 \operatorname{tg} x \cdot \lg x}.$$

$$6.24. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2}{4x^3 + 2x^2 - 5};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 5x - 7}{x^2 + x};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{1 + 2x} - 3};$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{7x \cdot \sin 3x};$$

$$\Delta) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \cdot \operatorname{tg} x;$$

$$\text{E)} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 5}{x} \right)^{3x + 4}.$$

$$6.25. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 7x + 1}{5x^5 - x^2 + 2};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - x - 14}{x^2 + 8x + 12};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7 + x} - \sqrt{7 - x}}{3x};$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \sin 7x \cdot \operatorname{ctg} 5x;$$

$$\Delta) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{\cos 5x - \cos 3x};$$

$$\text{E)} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \cos x)^{3/\cos x}.$$

$$6.26. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{40x^3 + x}{5x^3 - x^2 - 1};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2};$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 3x;$$

$$\Delta) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\cos 2x};$$

$$\text{E)} \lim_{x \rightarrow 0} (\cos \sqrt{x})^{1/x}.$$

$$6.27. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 4x^3}{2x - x^2 + 8x^3};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x^2 - 24x - 5}{x - 5};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin^2(x - 1)}{3x^2 - 6x + 3};$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^2 4x}{3x \cdot \sin 6x};$$

$$\Delta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} - (1 + x)}{x};$$

$$\text{E)} \lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{\sin x})^{\operatorname{ctg} \pi x}.$$

$$6.28. \text{ a)} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^2 - 2x}{5x^3 + 3x^2 + x + 4};$$

$$\text{б)} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x - 5}{x^2 + 7x + 10};$$

$$\text{B)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7 - x} - \sqrt{7 + x}}{\sqrt{7} \cdot x};$$

$$\Gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{3x \cdot \sin x};$$

$$\Delta) \lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - e};$$

$$\text{E)} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{ctg} x)^{1/(x - \frac{\pi}{2})}.$$

$$6.29. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^2 + 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - x - 6};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4+x} - 3}{x-5};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{tg} 3x}{1 - \cos 6x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{e^x - e^3}{x-3};$$

$$\text{е) } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\cos 2}{\cos x} \right)^{1/(x-2)}.$$

$$6.30. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 3x^2}{3x^5 + 4x^2 - x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{3x^2 - 8x - 3};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{5x};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x \right)^2};$$

$$\text{е) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+2} \right)^{(x+1)/2}.$$

Задача № 7

Дослідити функцію на неперервність і з'ясувати характер точок розриву.

$$7.1. f(x) = \frac{1}{4x - x^2 - 3}.$$

$$7.2. f(x) = 2^{\frac{1}{\sin x}}.$$

$$7.3. f(x) = e^{\frac{1}{x+5}}.$$

$$7.4. f(x) = 2^{\frac{1}{3-x}}.$$

$$7.5. f(x) = \frac{10x}{x^2 - 1}.$$

$$7.6. f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 5x + 6}.$$

$$7.7. f(x) = \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{x^2 - x}.$$

$$7.8. f(x) = 5^{\frac{2x}{1-x}}.$$

$$7.9. f(x) = \frac{x+5}{x^2 - 4}.$$

$$7.10. f(x) = e^{\frac{3x+5}{2x+2}}.$$

$$7.11. f(x) = \frac{1}{\ln(3-x)}.$$

$$7.12. f(x) = \frac{x+5}{x^2 + x - 12}.$$

$$7.13. f(x) = \frac{x}{\ln(1+x)}.$$

$$7.14. f(x) = \frac{\sin x}{x(x+2)}.$$

$$7.15. f(x) = 4^{\frac{1}{x-3}}.$$

$$7.16. f(x) = \frac{4}{x^2 - 2x + 1}.$$

$$7.17. f(x) = x + \frac{x+2}{|x+2|}.$$

$$7.18. f(x) = \lg|x-3|.$$

$$7.19. f(x) = \frac{3}{2^x - 1}.$$

$$7.20. f(x) = \frac{12}{x^2 - 6x + 5}.$$

$$7.21. f(x) = 3^{\frac{4}{5-x}} + 2.$$

$$7.22. f(x) = \frac{x+2}{x^2 - 6x + 8}.$$

$$7.23. f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}.$$

$$7.24. f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}.$$

$$7.25. f(x) = \frac{1}{\lg|x|}.$$

$$7.26. f(x) = 5^{\frac{1}{x}} + 3.$$

$$7.27. f(x) = \frac{\sin x}{x}.$$

$$7.28. f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x}.$$

$$7.29. f(x) = \frac{\arcsin x}{x}.$$

$$7.30. f(x) = \frac{1+4x+x^2}{\sin x}.$$

Задача № 8

Знайти похідні $\frac{dy}{dx}$ даних функцій.

$$8.1. \text{ а) } y = \frac{3x-4}{\sqrt{x^3+3x-2}};$$

$$\text{б) } y = \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2};$$

$$\text{в) } y = (\operatorname{arctg} 2x)^{e^x}$$

$$\text{г) } y = xy + x2^y.$$

$$8.2. \text{ а) } y = \frac{1}{8} \sqrt[3]{(1+x^3)^8} - \frac{1}{5} \sqrt[3]{(1+x^3)^5};$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{6} \ln(x^2 - x + 1) + \frac{1}{3} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}};$$

В) $y = (\sin x)^{\cos x}$;
8.3. а) $y = \frac{(2x^2 - 1)\sqrt{1 + x^2}}{3x^3}$;

В) $y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctgx}}$;

8.4. а) $y = \frac{x}{\sqrt[3]{1 + x^3}}$;

В) $y = (\arccos 5x)^{\ln x}$;

8.5. а) $y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1 + x}}$;

В) $y = (\sin(2x + 1))^{e^{x^2}}$;

8.6. а) $y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2 + 4x}}$;

В) $y = (x + 3)^{x^2 + 2x + 3}$;

8.7. а) $y = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$;

В) $y = (\operatorname{ctgx})^{\frac{1}{x}}$;

8.8. а) $y = \frac{2x}{\sqrt{1 + x}} - 4\sqrt{1 + x}$;

В) $y = (\operatorname{arctg} x)^{3x + 1}$;

8.9. а) $y = \frac{1}{x + \sqrt{1 + x^2}}$;

В) $y = (\ln x)^{\frac{1}{x}}$;

8.10. а) $y = \frac{2x^3 + 5}{\sqrt{x^4 + 2x}}$;

В) $y = (\sin x)^{\ln x}$;

8.11. а) $y = \frac{x^3 - 10}{\sqrt{x^4 - 8x}}$;

В) $y = x^{\operatorname{ch} x}$;

8.12. а) $y = \frac{3x + 2}{\sqrt{x^2 + 3x + 1}}$;

В) $y = x^{\log_2 x}$;

8.13. а) $y = \frac{5x - 2}{\sqrt{x^2 + 5x - 1}}$;

В) $y = x^{\arcsin x}$;

8.14. а) $y = \frac{2x - 7}{\sqrt{x^2 + 8x - 14}}$;

В) $y = x^{\sqrt{x}}$;

8.15. а) $y = \frac{3x - 4}{\sqrt{x^2 + 9x - 6}}$;

В) $y = (\arcsin x)^{\frac{1}{x}}$;

г) $x \sin y - \cos y + \operatorname{tg} 2y = 0$.

б) $y = \cos 2x \cdot \sin^2 x$;

г) $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = x^2 y + 2$.

б) $y = \sqrt{1 - 4x^2} \cdot \arcsin 2x - 2x$;

г) $x^3 + y^3 - 3xy = 0$.

б) $y = \frac{3}{4} \ln \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x$;

г) $\sin(xy) + \cos(xy) = \operatorname{tg}(x + y)$.

б) $y = \operatorname{arctg} \ln \frac{1}{x} + 2^{\cos x}$;

г) $y = x \cos y + y 2^{\operatorname{tg} x}$.

б) $y = 3^{x \cdot \cos^3 x}$;

г) $2^x + 2^y = 2^{xy}$.

б) $y = e^{\cos x} \cdot \sin^2 x$;

г) $x - y = e^{x + y}$.

б) $y = (9x^2 + 1) \cdot \operatorname{arctg} 3x + 3x$;

г) $x + y = \arccos x + \arccos y$.

б) $y = -\frac{1}{2 \sin^2 x} + \ln \operatorname{tg} x$;

г) $y = x + x \sin y$.

б) $y = x \ln^2 x$;

г) $y = x + \operatorname{arctg} y$.

б) $y = \operatorname{arctg}(\ln x) + \ln(\operatorname{arctg} x)$;

г) $y^2 - x = \cos y$.

б) $y = \frac{\sin x}{1 + \operatorname{tg} x}$;

г) $y = e^y + 4x$.

б) $y = \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1\right)$;

г) $\operatorname{tgy} = 4y - 5x$.

б) $y = \ln\left(x^2 + \sqrt{1 + x^4}\right)$;

г) $\sin x + e^y + xy = 0$.

8.16. a) $y = \frac{5x+4}{\sqrt{x^3-5x-2}}$;

б) $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\ln x}$;

8.17. a) $y = 5\sqrt{x^2 + \sqrt{x} + \frac{1}{x}}$;

б) $y = (\sin x)^{e^x}$;

8.18. a) $y = \frac{2x-8}{\sqrt[3]{x^3-8x+4}}$;

б) $y = x^{\frac{1}{x}}$;

8.19. a) $y = \frac{2x+1}{\sqrt[3]{x^3-4x-1}}$;

б) $y = (x+5)^{\operatorname{sh} x}$;

8.20. a) $y = \frac{4x+3}{\sqrt[3]{x^3-4x+1}}$;

б) $y = (\cos x)^{\sin x}$;

8.21. a) $y = \sqrt[4]{x + \sqrt{x}}$;

б) $y = (x^2 + 2x + 3)^{\ln x}$;

8.22. a) $y = \sqrt{x + \sqrt[3]{x}}$;

б) $y = (x+1)^x$;

8.23. a) $y = \frac{3x-1}{\sqrt[3]{x^3+9x-1}}$;

б) $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$;

8.24. a) $y = \frac{4x-1}{\sqrt[3]{x^3+2x-1}}$;

б) $y = (x^2 + 1)^{\sin x}$;

8.25. a) $y = \frac{4+3x^3}{\sqrt{1-x^3}}$;

б) $y = (\arcsin x)^{\cos x}$;

8.26. a) $y = \frac{2x-1}{\sqrt{1-x}}$;

б) $y = (\operatorname{arctg} x)^{(1+x^2)}$;

8.27. a) $y = \frac{(x^2-2)\sqrt{4+x^2}}{24x^3}$;

б) $y = (\cos x)^{\frac{1}{x}}$;

8.28. a) $y = \frac{8x-1}{\sqrt[3]{x^3+7x+5}}$;

б) $y = (\operatorname{arctg} 3x)^{\cos x}$;

б) $y = \frac{2\sin x}{1+\cos x}$;

г) $xy = 6 + \cos y$.

б) $y = \arccos \frac{x^2-1}{x^2+1}$;

г) $x^2 y^2 + x = 5y$.

б) $y = \frac{\ln \sin x}{\ln \cos x} + \operatorname{arctg} \frac{x^2}{2}$;

г) $y^2 = x + \ln y$.

б) $y = \sqrt{x} - (1+x) \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x}$;

г) $\sin y = xy^2 + 5$.

б) $y = \arcsin x^2 + \arccos x^2$;

г) $y + e^y = e^{x+1}$.

б) $y = e^x \cdot \operatorname{arctg}^2 x$;

г) $3^y + \operatorname{tg} x = \frac{x}{y}$.

б) $y = x \arcsin(\ln x)$;

г) $\operatorname{arctg} y = 4x + 5y$.

б) $y = \ln^2(x + \cos x)$;

г) $3x + \sin y = 5y$.

б) $y = (x^2 + 3x + 1) \cdot e^{3x+2}$;

г) $xy = \operatorname{ctg} y$.

б) $y = e^{1-2x} \cdot \sin(2+3x)$;

г) $\cos(x+y) = 5x$.

б) $y = e^{1-2x} \cdot \sin(2+3x)$;

г) $\operatorname{tg} x - 3xy = 0$.

б) $y = x 10^{\sqrt{x}} + \sin^2 x \cdot \sin x^2$;

г) $x^4 + x^2 y^2 + y = 4$.

б) $y = \frac{e^x}{1+x^3} + \frac{1+\sin 2x}{1-\sin 2x}$;

г) $xy^2 - y^3 = 4x - 5$.

$$8.29. \text{ a) } y = x\sqrt{\frac{1-x}{1+x}};$$

$$\text{в) } y = (\operatorname{ctg} x)^{x^2+5};$$

$$8.30. \text{ a) } y = \frac{\sqrt{2x^3 - 2x + 1}}{x};$$

$$\text{в) } y = (\sin 5x)^x;$$

$$\text{б) } y = \frac{e^{-x^2}}{2x};$$

$$\text{г) } \arcsin y + x^2 - x \cos y = 0.$$

$$\text{б) } y = (5x - 8) \cdot 2^{-x};$$

$$\text{г) } 3^y + xy + 2x = 0.$$

Задача № 9

Знайти границі за правилом Лопіталю.

$$9.1. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctg} x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}.$$

$$9.2. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow +0} x^x.$$

$$9.3. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1 - \sin \frac{\pi x}{2}};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \ln x \cdot \ln(x-1);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{1}{x}}.$$

$$9.4. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ch} x - 1}{1 - \cos x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow +0} x^{\frac{3}{4 + \ln x}}.$$

$$9.5. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \operatorname{ctg} x;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} x^{\sin x}.$$

$$9.6. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x - \sin x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} (1+x^2)^{\frac{1}{x}}.$$

$$9.7. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}.$$

$$9.8. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{e^{2x} - \cos 2x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{2}{x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}}.$$

$$9.9. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{4}{x^2 - x - 2} - \frac{1}{x-2} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$9.10. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{\sin x}};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x + 3^x)^{\frac{1}{x}}.$$

$$9.11. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{\ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\frac{1}{x^2}}.$$

$$9.12. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x - \pi}.$$

$$9.13. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x \cos x};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^3} - \operatorname{ctg}^3 x \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}}.$$

$$9.14. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 3^x}{x\sqrt{1-x^2}};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(1-x) + \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}{\operatorname{ctg} \pi x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}.$$

9.15. a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{1}{x-4} - \frac{4}{x^2 - 3x - 4} \right)$; в) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(2 - \frac{x}{2} \right)^{\frac{\pi x}{4}}$.

9.16. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2}{x - \sin x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \left(\frac{x}{3x-1} - \frac{1}{\ln 3x} \right)$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)^x$.

9.17. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{tgx} - e^x}{tgx - x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3tg^2 x)^{ctg^2 x}$.

9.18. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1 - x^3}{\sin^2 2x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 - \sin x)tgx$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{tgx}$.

9.19. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{tgx}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - ctg^2 x \right)$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4}{2 + \sqrt{4+x}} \right)^{\frac{1}{\sin x}}$.

9.20. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{tgx - x}{2 \sin x + x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{ctgx} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right)$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{\pi} arctg x \right)^x$.

9.21. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2x - 1}{\sin^2 4x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)ctg \pi(x-1)$; в) $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^{x-1}$.

9.22. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x(e^x + 1) - e^x + 1}{x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[x]{\cos \sqrt{x}}$.

9.23. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2 x}{1 - \cos x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x - \sqrt{x})$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2tg^2 x)^{ctg^2 x}$.

9.24. a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x} + 1}{\sqrt{2+x} + x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \left(\frac{x}{2x-1} - \frac{1}{\ln 2x} \right)$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + e^x)^{\frac{1}{x}}$.

9.25. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - 2 \arcsin x}{x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(ctgx - \frac{1}{x^2} \right)$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{e^x - 1}}$.

9.26. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{4 - 4e^{-x}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{x^3 - 1} - \frac{2}{x^5 - 1} \right)$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos 2x}{\cos 3x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.

9.27. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5tg2x - 3tg5x}{5 \sin 2x - 3 \sin 5x}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - x^2)$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} (ctgx)^{\sqrt{x}}$.

9.28. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 2 \sin \frac{\pi x}{6}}{1 - x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \arcsin x \cdot ctgx$; в) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 + \sin \pi x)^{ctg \pi x}$.

9.29. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x - x}{e^x - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos x} - \frac{3}{ctgx} \right)$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x)^{\frac{1}{x}}$.

9.30. a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(x + \sqrt{1+x^2})} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right)$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} (ctgx)^{\sin x}$.

Задача № 10

Дослідити функцію та побудувати її графік.

10.1. $y = x^2 + \frac{16}{x}$;

10.2. $y = \frac{x^2}{1+x}$;

10.3. $y = \frac{x^3}{3-x^2}$;

10.4. $y = \frac{x^3}{x^2 - 3};$

10.7. $y = \frac{3x^4 + 1}{x^3};$

10.10. $y = \frac{x^2 + x - 5}{x - 2};$

10.13. $y = \frac{4 + x^2}{x};$

10.16. $y = \frac{2x^2}{2x - 1};$

10.19. $y = \frac{x^3}{x^2 - 4};$

10.22. $y = \frac{x^3 - 4}{4x^2};$

10.25. $y = \frac{4 - x^3}{x^2};$

10.28. $y = \frac{3x^4 + 1}{x^3};$

10.5. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1};$

10.8. $y = \frac{x^3}{x^2 + 2x + 3};$

10.11. $y = \frac{8 - x^3}{x^2};$

10.14. $y = \frac{x}{3} + \frac{2}{x};$

10.17. $y = \frac{x^4}{(1+x)^3};$

10.20. $y = \frac{4x}{(x+1)^2};$

10.23. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1};$

10.26. $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x - 4};$

10.29. $y = \frac{x^3 - 32}{x^2};$

10.6. $y = \frac{x^3 + 4}{x^2};$

10.9. $y = \frac{x^3 - 8}{2x^2};$

10.12. $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 4};$

10.15. $y = \frac{x^3 - 4}{x^2};$

10.18. $y = \frac{2x - 1}{(x - 1)^2};$

10.21. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 2};$

10.24. $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1};$

10.27. $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2};$

10.30. $y = \frac{x^2 - x + 7}{x + 1}.$