

Завдання для складання диференційованого заліку з вищої математики

БІЛЕТ №1

1. (4 бали) При множенні визначника на число:

- а) всі його елементи множаться на це число;
- б) всі елементи довільного рядка або стовпця множаться на це число;
- в) його діагональні елементи множаться на це число;
- г) один з його елементів множиться на це число;
- д) інша відповідь.

2. (4 бали) Для квадратної матриці A оберненою називається матриця A^{-1} така, що:

- а) $A^{-1} = -A$;
- б) $AA^{-1} = A^{-1}A = E$;
- в) $A + A^{-1} = E$;
- г) $A - A^{-1} = E$;
- д) інша відповідь.

3. (4 бали) Кут між векторами $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1)$ та $\vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ визначається так:

- а) $\arccos \frac{|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$;
- б) $\arccos \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$;
- в) $\arcsin \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$;
- г) $\operatorname{arctg} \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$;
- д) інша відповідь.

4. (4 бали) Еліпсом називається геометричне місце точок площини, для кожної з яких:

- а) відстань до заданої точки дорівнює відстані до заданої прямої;
- б) сума відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;
- в) добуток відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;
- г) модуль різниці відстаней до двох фіксованих точок є величина стала;
- д) інша відповідь.

5. (4 бали) Рівняння прямої у відрізках – це рівняння виду:

- а) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0$;
- б) $Ax + By = C$, де A, B, C – довільні сталі;
- в) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$;
- г) $ax + by = 1$;
- д) інша відповідь.

6. (4 бали) Функція $f(x)$ називається періодичною, якщо існує таке $T > 0$, що:

- а) $f(x+T) = -f(x)$;
- б) $f(xT) = f(x)$;
- в) $f(x+T) = f(x)$;
- г) $f(x+T) = Tf(x)$;
- д) інша відповідь.

7. (4 бали) Послідовність $\{x_n\}$ називається обмеженою, якщо:

- а) $\forall M > 0, \exists n: |x_n| \leq M$;
- б) $\exists M > 0, \forall n: |x_n| > M$;
- в) $\exists M > 0, \forall n: x_n \leq M$;
- г) $\exists M > 0, \forall n: |x_n| \leq M$;
- д) інша відповідь.

8. (4 бали) Число A називається границею функції $f(x)$ при $x \rightarrow \infty$, якщо:

- а) $\forall \varepsilon > 0, \exists M > 0, \forall x(|x| > M): |f(x) - A| < \varepsilon$;
- б) $\forall \varepsilon > 0, \forall M > 0, \exists x(|x| > M): |f(x) - A| < \varepsilon$;
- в) $\exists \varepsilon > 0, \exists M > 0, \forall x(|x| > M): |f(x) - A| < \varepsilon$;
- г) $\forall \varepsilon > 0, \exists M > 0, \exists x(|x| > M): |f(x) - A| < \varepsilon$;
- д) інша відповідь.

9. (4 бали) Рівняння дотичної до графіка функції $y = f(x)$ в точці $(x_0; y_0)$ має вид:

- а) $y - y_0 = \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$;
- б) $y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$;
- в) $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$;
- г) $y - y_0 = -f'(x_0)(x - x_0)$;
- д) інша відповідь.

10. (4 бали) Диференціал n -го порядку функції $y = f(x)$ має вид:

- а) $d^n y = f(x)dx^n$;
- б) $d^n y = f^{(n)}(x)dx^n$;
- в) $d^n y = f^{(n)}(x) + dx^n$;
- г) $d^n y = \frac{dx^n}{f^n(x)}$;
- д) інша відповідь.

11. (6 балів) Обчислити визначник $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 7 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \end{vmatrix}$

- а) -2;
- б) 86;
- в) 2;
- г) 4;
- д) інша відповідь.

12. (6 балів) Знайти суму значень x_1 , x_2 та x_3 , які є розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -16; \\ x_1 + x_2 - 5x_3 = 23; \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 6. \end{cases}$$

- а) 5;
- б) -7;
- в) 2;
- г) 1;
- д) інша відповідь.

13. (6 балів) Знайти косинус кута між векторами \vec{AB} і \vec{AC} , де $A(0;2;-4)$, $B(8;2;2)$, $C(6;2;4)$.

- а) 0,5;
- б) $\frac{1}{25}$;
- в) -1;
- г) $\frac{24}{25}$;
- д) інша відповідь.

14. (6 балів) Обчислити скалярний добуток $\vec{a} \cdot \vec{b}$, якщо $\vec{a} = \vec{p} - 3\vec{q}$, $\vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}$, $|\vec{p}| = 3$, $|\vec{q}| = 1$,

$$(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{2}.$$

- а) 2;
- б) -1;
- в) 0;
- г) 3;
- д) інша відповідь.

15. (6 балів) Обчислити площу трикутника, побудованого на векторах \vec{a} і \vec{b} , якщо $|\vec{a}| = 2$,

$$|\vec{b}| = 2\sqrt{3}, (\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}.$$

- а) 3;
- б) $\sqrt{3}$;
- в) $2\sqrt{3}$;
- г) 6;
- д) інша відповідь.

16. (6 балів) Написати рівняння прямої, яка проходить через точку $M(1,3)$, паралельно до заданої прямої $x - 2y + 1 = 0$.

- а) $x - 2y + 4 = 0$;
- б) $x - 2y + 5 = 0$;
- в) $2x + y - 5 = 0$;
- г) $x + 2y - 7 = 0$;
- д) інша відповідь.

17. (6 балів) Скласти рівняння площини, що проходить через точку $B(1;0;-6)$ перпендикулярно вектору \overline{AC} , якщо $A(-7;2;1)$, $C(-9;6;1)$.

- а) $-x + 2y + 1 = 0$;
- б) $x + 2y + z + 1 = 0$;
- в) $x - 2y + 2 = 0$;
- г) $2x + 4y + 3 = 0$;
- д) інша відповідь.

18. (6 балів) Знайти границю $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$.

- а) -2;
- б) -1;
- в) 0;
- г) 1;
- д) інша відповідь.

19. (6 балів) Знайти $y'(1)$, якщо $y = \sqrt[3]{x^4} - \frac{2}{x^3}$.

- а) $-\frac{5}{4}$;
- б) $-\frac{14}{3}$;
- в) $\frac{22}{3}$;
- г) -1;
- д) інша відповідь.

20. (6 балів) Знайти інтервал зростання функції $y = x - 2 \ln x$.

- а) $(2; +\infty)$;
- б) $(0; 2)$;
- в) $(1; +\infty)$;
- г) $(0; 1)$;
- д) інша відповідь.