

## 2 Лабораторна робота № 2. Мінімізація логічних виразів

### 2.1 Мета

Засвоїти основні закони алгебри логіки. Навчитись спрощувати логічні вирази та будувати схеми на логічних елементах за довільним логічним виразом.

### 2.2 Завдання

Скласти схему на логічних елементах згідно заданого логічного виразу. Мінімізувати логічний вираз та скласти схему для мінімізованого виразу.

Таблиця 2.1 – Варіанти індивідуальних завдань

Варіант	Логічний вираз
1.	$ABC + A(\overline{BC} + \overline{C}) + \overline{BC}$
2.	$\overline{\overline{A} + B} + \overline{BC} + AC + \overline{A + \overline{C}}$
3.	$\overline{(A + B)A + \overline{C}} + \overline{ABC} + \overline{A + \overline{BC}}$
4.	$\overline{\overline{A} + B + \overline{AC}(BC + \overline{B} + \overline{C})}$
5.	$\overline{(A + B)(A + B + \overline{C})(C + \overline{BC})}$
6.	$\overline{A(A + B + \overline{AB})} + \overline{BC}$
7.	$B(\overline{A} + C) + \overline{(A + B)(A + \overline{B} + C)}$
8.	$\overline{A + \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{B} + \overline{C}}$
9.	$\overline{AB} + \overline{(\overline{A} + B + C)(B + \overline{C})}$
10.	$\overline{AB + B + \overline{C}} + C(\overline{B + \overline{A + B} + BC})$
11.	$\overline{(A + B + \overline{AB})(B + C)} + \overline{BC}$
12.	$\overline{(A + C)(A + \overline{BC} + \overline{B} + C)} + \overline{B + \overline{C} + \overline{AB}}$
13.	$\overline{(A + \overline{ABC} + \overline{BC})(B + \overline{C})}$
14.	$\overline{\overline{A} + \overline{B} + \overline{BC} + \overline{AC} + \overline{A} + \overline{C}}$
15.	$\overline{AB + \overline{A + \overline{C}} + C(A + \overline{A + B} + AC)}$

## 2.3 Короткі теоретичні відомості

### 2.3.1 Мінімізація (спрощення) логічних виразів

Логічний вираз – це вираз, складений з логічних змінних і логічних операцій. Логічні операції позначаються наступним чином:

Інверсія	$\bar{\quad}$	Логічне АБО	$\vee$ або $+$
Логічне І	$\wedge$ або знак множення	Виключне АБО	$\oplus$

Існує кілька способів мінімізації логічних виразів (методом безпосередніх перетворень, за допомогою карт Карно і Вейча, методом Квайна). Всі ці способи ґрунтуються на основних законах алгебри логіки (табл. 2.2).

Таблиця 2.2 - Основні закони алгебри логіки

	Для диз'юнкції	Для кон'юнкції
Комутативність	$X \vee Y = Y \vee X$	$X \wedge Y = Y \wedge X$
Асоціативність	$(X \vee Y) \vee Z = X \vee (Y \vee Z) = X \vee Y \vee Z$	$(X \wedge Y) \wedge Z = X \wedge (Y \wedge Z) = X \wedge Y \wedge Z$
Дистрибутивність	$(X \vee Y) \wedge Z = X \wedge Z \vee Y \wedge Z$	$X \wedge Y \vee Z = (X \vee Z) \wedge (Y \vee Z)$
Ідемпотентність (тавтологія)	$X \vee X = X$	$X \wedge X = X$
Операції константами	$X \vee 0 = X, X \vee 1 = 1$	$X \wedge 0 = 0, X \wedge 1 = X$
Властивості інверсії	$X \vee \bar{X} = 1$ $\overline{\overline{X}} = X$	$X \wedge \bar{X} = 0$
Правила Морґана	$\overline{X \vee Y} = \bar{X} \wedge \bar{Y}$	$\overline{X \wedge Y} = \bar{X} \vee \bar{Y}$
Поглинання	$X \vee X \wedge Y = X$	$X \wedge (X \vee Y) = X$
Склеювання	$X \wedge Y \vee X \wedge \bar{Y} = X$	$(X \vee Y) \wedge (X \vee \bar{Y}) = X$

Мінімізація логічних виразів шляхом безпосередніх перетворень здійснюється послідовним застосуванням законів алгебри логіки до складових логічного виразу. Найбільш ефективним при цьому є застосування правил де Морґана і законів поглинання і склеювання.

Приклад. Заданий логічний вираз:  $\overline{(\bar{X} \vee X \wedge \bar{Y}) \wedge \bar{Y} \wedge \bar{Z}} \vee X \wedge \bar{Y}$

1) за законом дистрибутивності  $\bar{X} \vee X \wedge \bar{Y} = (\bar{X} \vee X) \wedge (\bar{X} \vee \bar{Y})$

2) із властивостей операцій з константами і інверсією випливає  $(\bar{X} \vee X) \wedge (\bar{X} \vee \bar{Y}) = 1 \wedge (\bar{X} \vee \bar{Y}) = \bar{X} \vee \bar{Y}$

3) за правилом де Морґана  $\bar{X} \vee \bar{Y} = \overline{X \wedge Y}$

4) за правилом де Морґана  $X \wedge \bar{Y} \wedge \bar{Y} \wedge \bar{Z} = X \wedge \bar{Y} \vee Y \wedge \bar{Z}$

5) за правилом склеювання  $X \wedge \bar{Y} \vee X \wedge \bar{Y} = X$

Таким чином,

$$\overline{(\bar{X} \vee X \wedge \bar{Y}) \wedge \bar{Y} \wedge \bar{Z}} \vee X \wedge \bar{Y} = \overline{(\bar{X} \vee \bar{Y}) \wedge \bar{Y} \wedge \bar{Z}} \vee X \wedge \bar{Y} = X \wedge \bar{Y} \vee Y \wedge \bar{Z} \vee X \wedge \bar{Y} = X \vee Y \wedge \bar{Z}$$

### 2.3.2 Експериментальне визначення таблиці істинності логічного виразу

Для експериментального визначення таблиці істинності логічного виразу необхідно подавати на входи відповідної йому схеми всі можливі комбінації з N нулів та одиниць, де N – кількість входів схеми (дорівнює кількості змінних в логічному виразі). В даній лабораторній роботі для цього пропонується використати компонент Stim4. Для його програмування, крім команд, розглянутих в лабораторній роботі №1, можуть використовуватись наступні:

<time> INCR BY <value>                    - додати *value* до значення на виході компонента  
<time> DECR BY <value>                    - відняти *value* від значення на виході компонента

Використання цих команд в поєднанні з командами організації циклу дозволяє запрограмувати Stim4 на послідовну генерацію двійкових чисел 0000, 0001, 0010..., 1111.

Якщо поле FORMAT компонента Stim4 має значення "1111", то значення логічних рівнів в командах означення компонента задаються в двійковому форматі, якщо "4" – в шістнадцятковому.

Приклади програмування Stim4:

а) для FORMAT=1111:

```
.DEFINE IN1  
+0us 0000  
+LABEL=BEGIN  
++50us INCR BY 0001  
++50us GOTO BEGIN 16 TIMES
```

б) для FORMAT=4:

```
.DEFINE IN1  
+0us 0  
+LABEL=BEGIN  
++50us INCR BY 1  
++50us GOTO BEGIN 16 TIMES
```

Обидва означення мають однаковий ефект – генерування зростаючої послідовності 16 двійкових чисел з інтервалом 50 мкс.

## 2.4 Порядок виконання роботи

1. Скласти схему згідно заданого логічного виразу.
2. Подати на входи схеми сигнали з трьох перших виводів компонента Stim4 (знаходиться в **Компоненты / Digital Primitives / Stimulus Generators**). Компонент запрограмувати таким чином, щоб на його виходах 2, 3, 4 послідовно з'являлись всі комбінації від 000 до 111.
3. Вивести часові діаграми на входах та виході схеми. Якщо все зроблено правильно, то часові діаграми на входах будуть наступні:

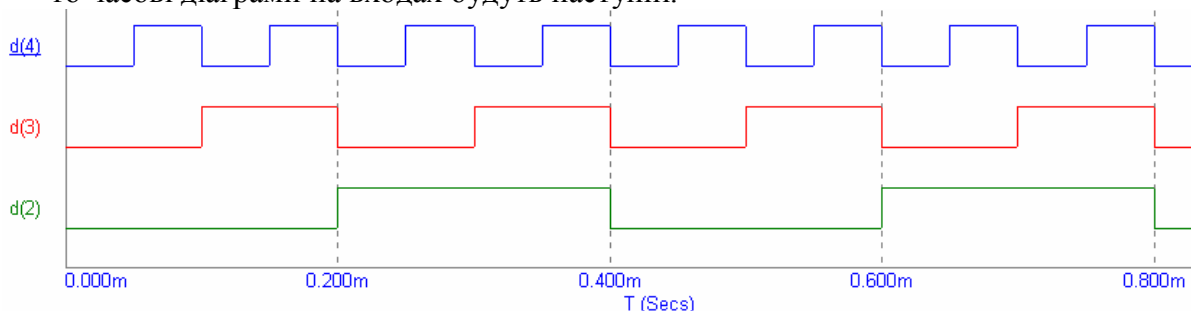


Рисунок 2.1 – Часові діаграми на виході Stim4

На виході схеми сигнал не повинен бути постійним або невизначеним.

4. Спростити логічний вираз. Скласти схему для спрощеного виразу.
5. Подати на входи другої схеми аналогічні вхідні сигнали. Переконайтесь в ідентичності роботи обох схем.
6. Скласти таблицю істинності для отриманого логічного виразу. Перевірити відповідність результатів роботи схеми даній таблиці.

#### 2.5 Звіт повинен містити:

1. Завдання
2. Алгоритм спрощення логічного виразу (вказати закони алгебри логіки, що були використані при мінімізації)
3. Схеми для заданого та мінімізованого логічного виразу (в позначеннях згідно ДСТУ)
4. Часові діаграми сигналів на входах і виході для обох схем
5. Таблицю істинності логічного виразу

#### 2.6 Контрольні питання

1. Основні закони алгебри логіки.
2. Методи мінімізації логічних виразів.
3. Логічні елементи: умовні графічні позначення, таблиці істинності.
4. Мінімізувати довільний логічний вираз методом безпосередніх перетворень.
5. Скласти схему на логічних елементах для довільного логічного виразу.
6. Записати логічний вираз, що відповідає довільній схемі на логічних елементах.