

Завдання для самостійного розв'язання

53. Скласти рівняння площини, що проходить через точку $C(0; -2; 8)$ перпендикулярно вектору $\overline{AB}$, якщо $A(4; 3; 2)$, $B(1; 4; 3)$.
54. Записати рівняння площини, яка проходить через точку $M(2; 5; 1)$ і паралельна площині $x + 3y - 4z + 5 = 0$.
55. Знайти рівняння площини, яка проходить через точку $P(1; 2; 3)$ перпендикулярно до площин $x - y + z - 7 = 0$ та $3x + 2y - 12z + 5 = 0$.
56. Скласти рівняння площини, що проходить через точки $M_1(1; 2; -5)$ та $M_2(4; -1; 3)$ паралельно осі Oz .
57. Обчислити об'єм піраміди, яку відтинає площина $2x - 3y - 9z - 18 = 0$ від координатного кута.
58. Скласти рівняння площини, що проходить через точку $M(2; -1; 3)$ і відтинає на координатних осях рівні відрізки.
59. Знайти відстань від точки $M_0(1; -6; -5)$ до площини, яка проходить через три точки $M_1(-1; 2; -3)$, $M_2(4; -1; 0)$, $M_3(2; 1; -2)$.
60. Скласти рівняння площини, відносно якої точки $A(1; -2; 0)$ і $B(3; 2; 6)$ симетричні.
61. Знайти кут між площинами:
- а) $2x - y + z - 4 = 0$, $4x - 2y + 2z + 1 = 0$;
 - б) $x + y + \sqrt{2}z - 3 = 0$, $x - y + \sqrt{2}z - 1 = 0$.
62. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку $M(2; -3; 4)$ і відтинає на координатних осях рівні відрізки.
63. Скласти рівняння площини у відрізках, якщо вона проходить через точку $M(6; -10; 1)$ і відтинає на осі Ox відрізок $a = -3$, а на осі Oz – відрізок $c = 2$.
64. З'ясувати, при якому значенні параметра C площини $3x - 5y + Cz - 3 = 0$ і $x - 3y + 2z + 5 = 0$ будуть перпендикулярними.
65. Пряму задано загальними рівняннями:
- а) $\begin{cases} 3x + 4y + 3z + 1 = 0, \\ 2x - 4y - 2z + 4 = 0; \end{cases}$
 - б) $\begin{cases} 2x + y + z - 2 = 0, \\ 2x - y - 3z + 6 = 0. \end{cases}$

Записати канонічні та параметричні рівняння цієї прямої.

66. Скласти параметричні рівняння прямої, яка проходить через точки $A(2;3;1)$ та $B(4;1;-2)$.

67. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку $M(0;2;3)$ перпендикулярно до площини $5x - 3z + 2 = 0$.

68. Знайти точку перетину прямої $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-4}{-1}$ і площини $2x - y + 3z + 23 = 0$.

69. Знайти проекцію точки $P(0;-3;-2)$ на площину $x - 3y - 2z + 1 = 0$.

70. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку $M(3;-2;7)$ паралельно прямій $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

71. Знайти точку A , симетричну точці $B(-1;2;0)$ відносно площини $4x - 5y - z - 7 = 0$.

72. Знайти точку C , симетричну точці $D(3;-1;0)$ відносно прямої $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z+1}{-1}$.

73. Скласти рівняння перпендикуляра, опущеного з точки $A(5;3;1)$ на пряму $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{3}$.

74. Знайти проекцію точки $P(-1;2;-1)$ на пряму $\frac{x+4}{2} = \frac{y+5}{5} = \frac{z+2}{4}$.

75. Знайти кут між прямими $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{3}$ та $\begin{cases} 2x + y - z - 1 = 0, \\ 2x - y + 3z - 5 = 0 \end{cases}$.

76. При яких значеннях m і C пряма $\frac{x-2}{m} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{-6}$ перпендикулярна до площини $3x - 2y + Cz + 1 = 0$?

77. Обчислити відстань від точки $A(2;-1;0)$ до прямої $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$.

78. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку $M(2;3;1)$ перпендикулярно до прямої $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$ і перетинає її.

79. При яких значеннях A та B площина $Ax + By + 6z - 7 = 0$ перпендикулярна до прямої $\frac{x-2}{2} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z+1}{3}$?

80. Знайти центр та півосі еліпсоїда, заданого рівнянням $3x^2 + 4y^2 + 6z^2 - 6x + 16y - 36z + 49 = 0$.

81. Скласти рівняння сфери, якщо точки $A(2; -3; -5)$ і $B(4; -1; -3)$ є кінцями діаметра сфери.

82. Знайти лінії перетину однопорожнинного гіперболоїда $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} - \frac{z^2}{4} = 1$ з площинами: а) xOy ; б) yOz ; в) $x = 6$.

83. Знайти точки перетину еліптичного параболоїда $z = \frac{x^2}{4} + y^2$ з прямою $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-10}{4}$.

84. Встановити, яку поверхню визначає рівняння $4x^2 - 2y^2 - 12z^2 + 4xy + 12yz = 0$.

85. Скласти рівняння конуса з вершиною в початку координат і твірною $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; \\ z = c \end{cases}$.

Відповіді до завдань для самостійного розв'язування

53. $3x - y - z + 6 = 0$. **54.** $x + 3y - 4z - 13 = 0$.

55. $2x + 3y + z - 11 = 0$. **56.** $x + y - 3 = 0$.

57. 27. **58.** $x + y + z - 4 = 0$.

59. $5\sqrt{2}$. **60.** $x + 2y + 3z - 11 = 0$.

61. а) 0^0 ; **б)** 60^0 . **62.** $x + y + z - 3 = 0$.

63. $4x + 3y - 6z + 12 = 0$. **64.** -9.

65. а) $\frac{x}{4} = \frac{y-3,5}{12} = \frac{z+5}{-20}$, $\begin{cases} x = 4t, \\ y = 12t + 7/2, \\ z = -20t - 5; \end{cases}$

б) $\frac{x+1}{-2} = \frac{y-4}{8} = \frac{z}{-4}$, $\begin{cases} x = -2t - 1, \\ y = 8t + 4, \\ z = -4t. \end{cases}$

66. $\begin{cases} x = 2t + 2, \\ y = 2t + 3, \\ z = -3t + 1. \end{cases}$ **67.** $\frac{x}{5} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-3}$.

68. $(-7; 6; -1)$. **69.** $(-1; 0; 0)$.

70. $2x - y + z - 15 = 0$. **71.** $A(3; -3; -1)$.

72. $C(0; -1; -3)$. **73.** $\frac{x-5}{-6} = \frac{y-3}{0} = \frac{z-1}{2}$.

74. $(2; 0; 2)$. 75. 90^0 . 76. $m = -6$, $C = 3$.

77. $\frac{5\sqrt{2}}{3}$. 78. $\frac{x-2}{-3} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

79. $A = 4$, $B = -8$.

80. $O(1; -2; 3)$, $a = 2\sqrt{3}$, $b = 3$, $c = \sqrt{6}$.

81. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 12$.

82. а) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$; б) $\frac{y^2}{25} - \frac{z^2}{4} = 1$; в) $\frac{z^2}{12} - \frac{y^2}{75} = 1$.

83. $M_1(-2; 1; 2)$ і $M_2(6; -3; 18)$.

84. Дві площини

$$2x + (1 + \sqrt{3})y - 2\sqrt{3}z = 0, \quad 2x + (1 - \sqrt{3})y + 2\sqrt{3}z = 0.$$

85. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$.