



*Івано-Франківський національний
технічний університет нафти і газу*

ЗМ 7. ЦИЛІНДРИЧНІ ТА КОНІЧНІ ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ

Руслан РАЧКЕВИЧ

Тематичний план лекції

Тема 7.1) Визначення основних геометричних параметрів для циліндричної зубчастої передачі. Геометричний розрахунок конічної зубчастої передачі. Навантаження на зубці циліндричної та конічної зубчастої передачі.

Тема 7.2) Проектний розрахунок циліндричної та конічної зубчастих передач.

Основні геометричні параметри для циліндричної зубчастої передачі

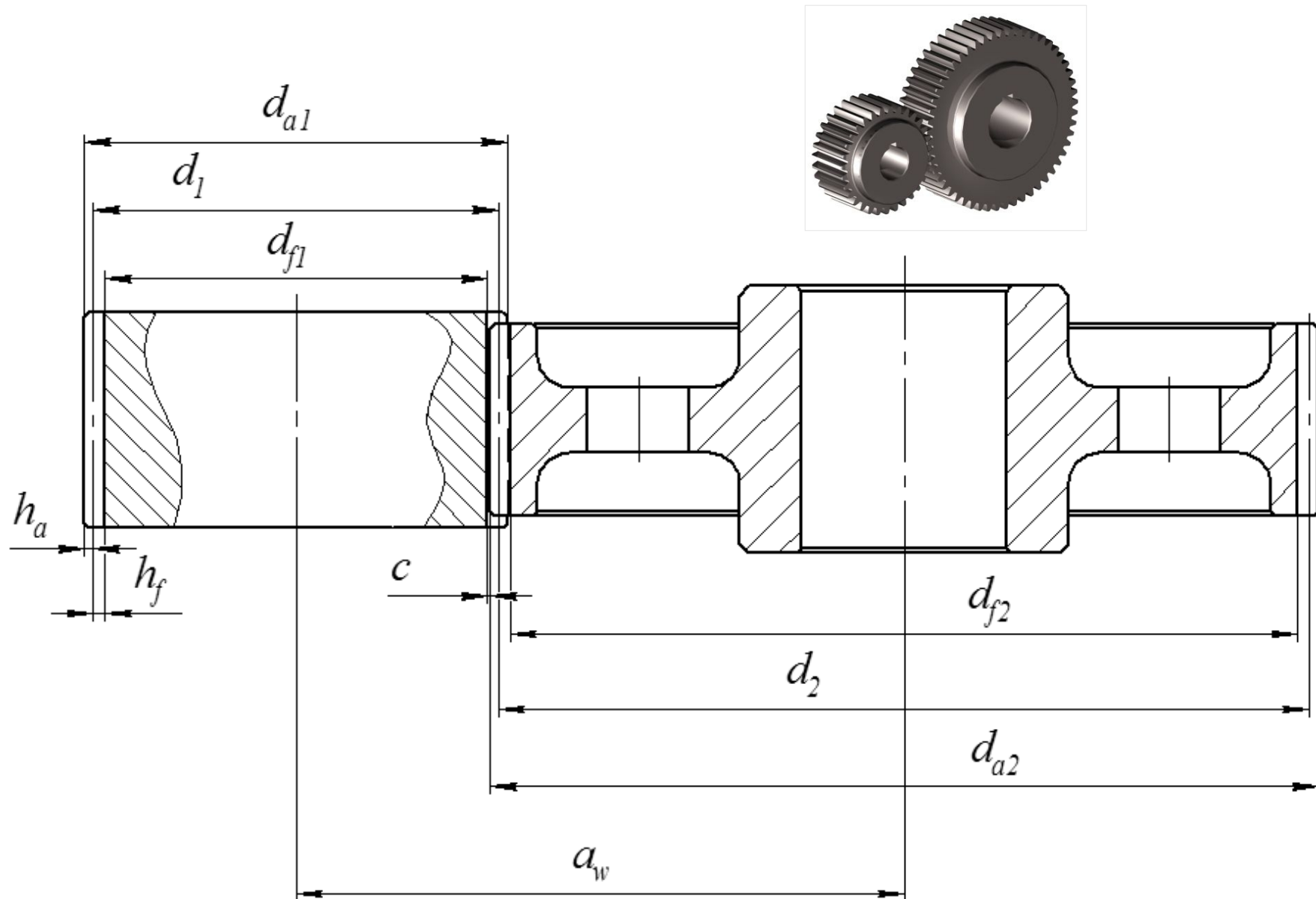


Циліндрична прямозуба передача



Циліндрична косозуба передача

Основні геометричні параметри для циліндричної зубчастої передачі



Основні геометричні параметри для циліндричної зубчастої передачі
(прямозубої)

$$\begin{aligned}\alpha &= 20^\circ \\ h_a^* &= 1 \\ h_f^* &= 1,25 \\ c^* &= 0,25\end{aligned}$$



$$h_a = h_a^* m = 1m;$$

$$h_f = h_f^* m = (h_a^* + c^*) m = 1,25m;$$

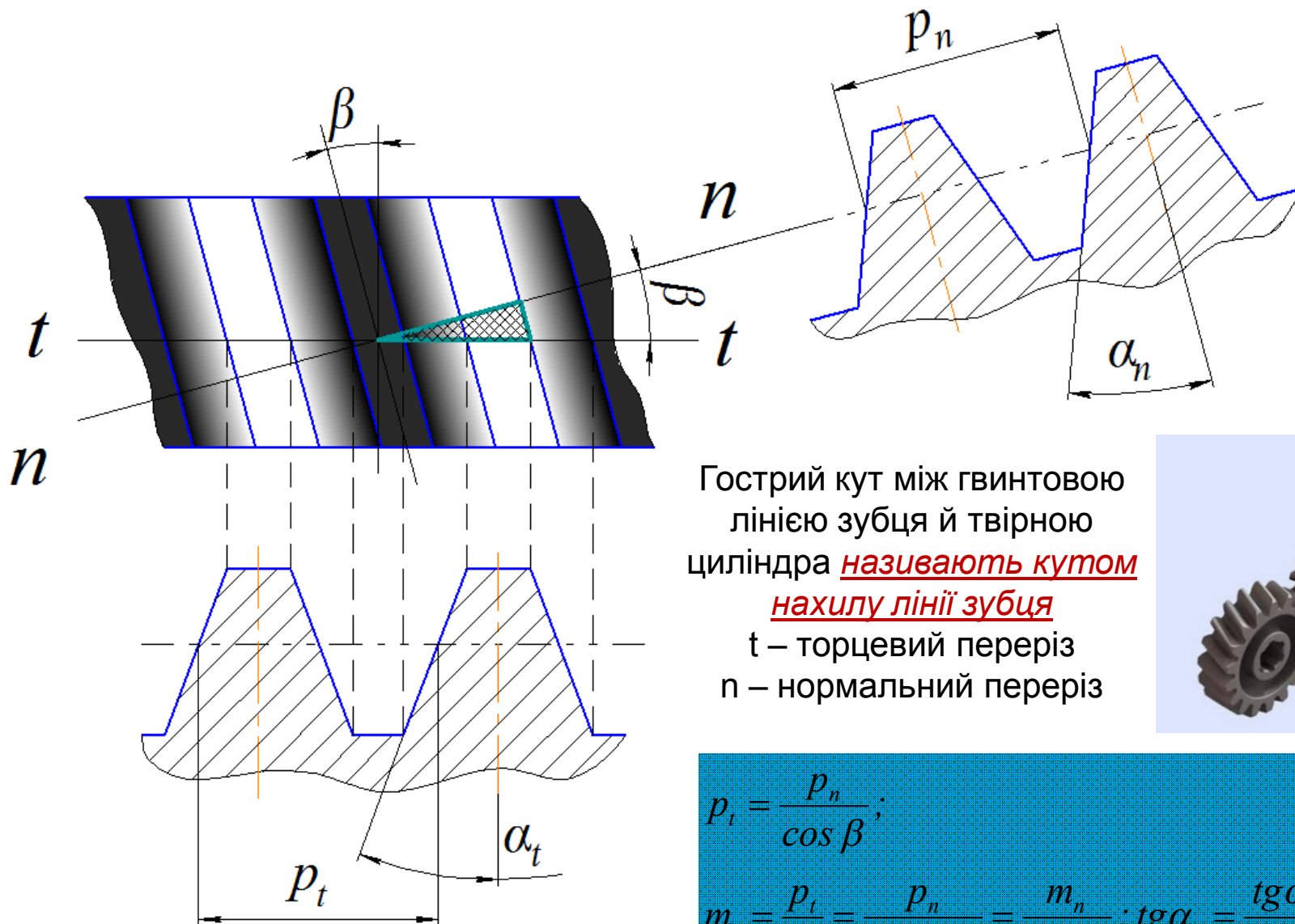
$$d_{1,2} = m z_{1,2};$$

$$d_{a1,2} = d_{1,2} + 2 h_a^* m = d_{1,2} + 2 m;$$

$$d_{f1,2} = d_{1,2} - 2 h_f^* m = d_{1,2} - 2,5 m;$$

$$c = c^* m;$$

$$a_w = \frac{m (z_1 + z_2)}{2}.$$



$$p_t = \frac{p_n}{\cos \beta};$$

$$m_t = \frac{p_t}{\pi} = \frac{p_n}{\pi \cos \beta} = \frac{m_n}{\cos \beta}; \quad \operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta}.$$

Основні геометричні параметри для циліндричної зубчастої передачі (косозубої)

Параметри спільні для торцевого і нормального перерізів

$$\begin{aligned} h_a &= h_a^* m_n = 1 m_n; \\ h_f &= h_f^* m_n = (h_a^* + c^*) m_n = 1,25 m_n; \\ c &= c^* m_n; \end{aligned}$$

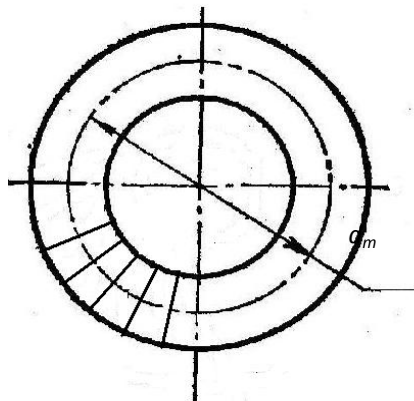
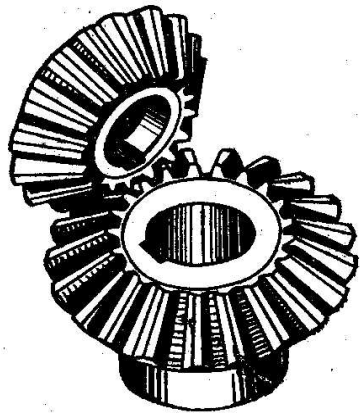
Параметри відмінні для торцевого і нормального перерізів

$$\begin{aligned} d_{1,2} &= m_t z_{1,2} = \frac{m_n z_{1,2}}{\cos \beta}; \\ d_{a1,2} &= d_{1,2} + 2 h_a^* m_n = d_{1,2} + 2 m_n; \\ d_{f1,2} &= d_{1,2} - 2 h_f^* m_n = d_{1,2} - 2,5 m_n; \\ a_w &= \frac{(d_1 + d_2)}{2} = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 \cos \beta}. \end{aligned}$$

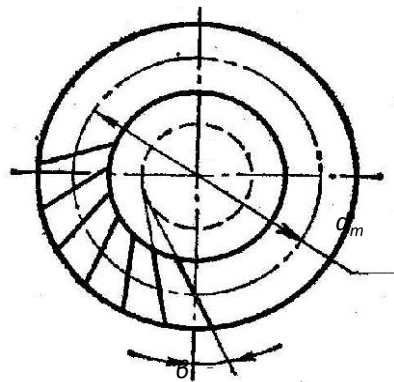
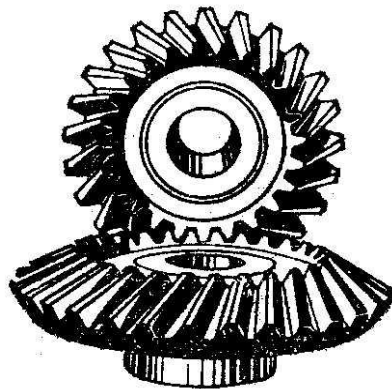


ε_γ - коефіцієнт перекриття;
 ε_α - коефіцієнт перекриття у торцевій площині;
 ε_β - коефіцієнт перекриття в осьовому напрямку.

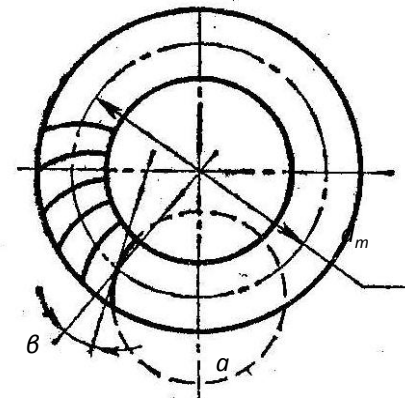
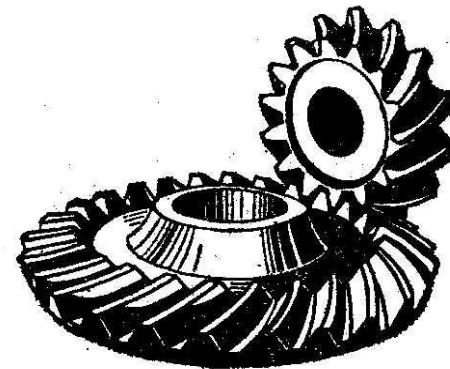
$$\begin{aligned} \varepsilon_\gamma &= \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta; \\ \varepsilon_\alpha &\approx \left[1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_1} \pm \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos \beta; \\ \varepsilon_\beta &= \frac{b \sin \beta}{\pi m_n}. \end{aligned}$$



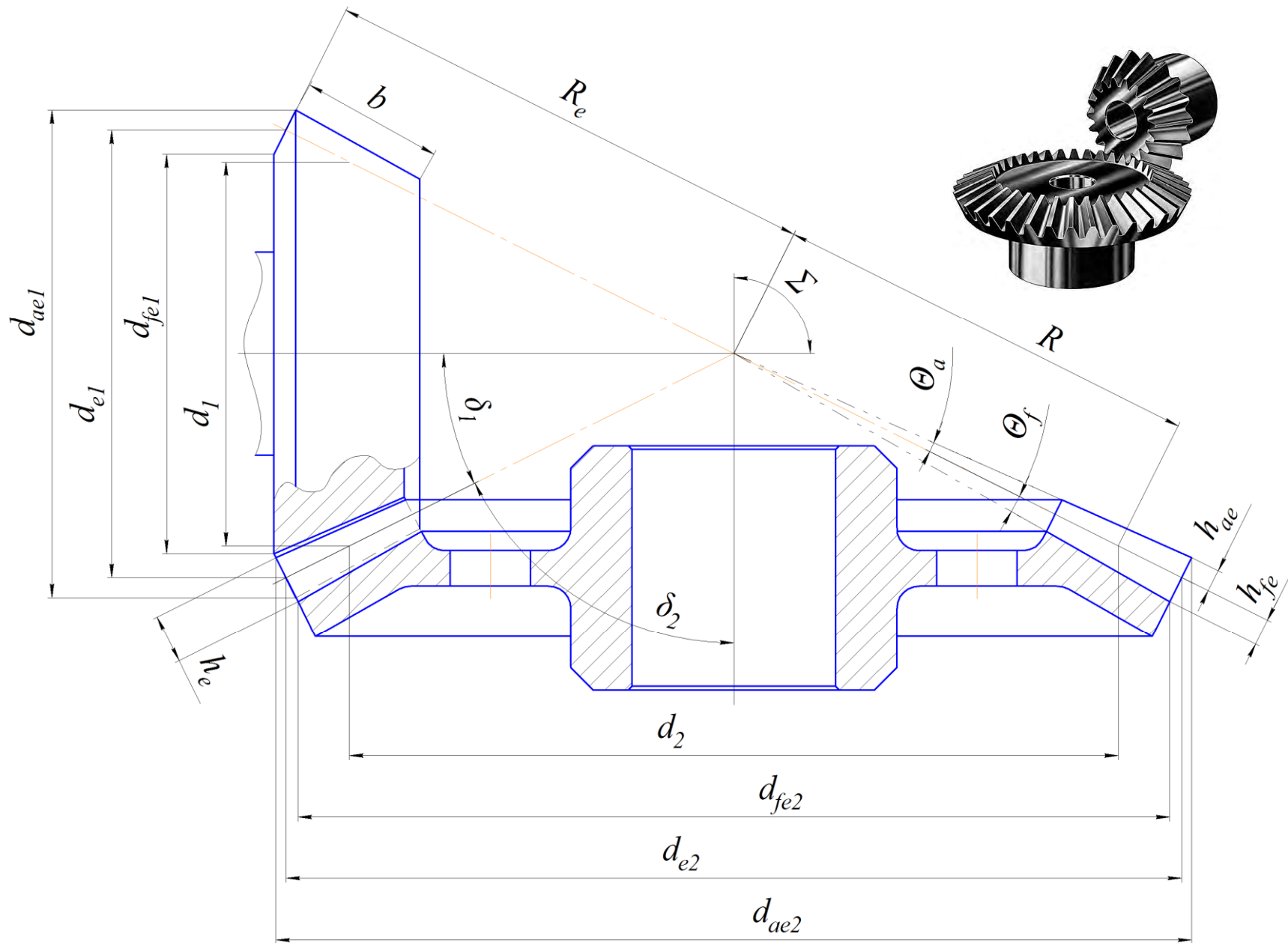
З прямими зубцями

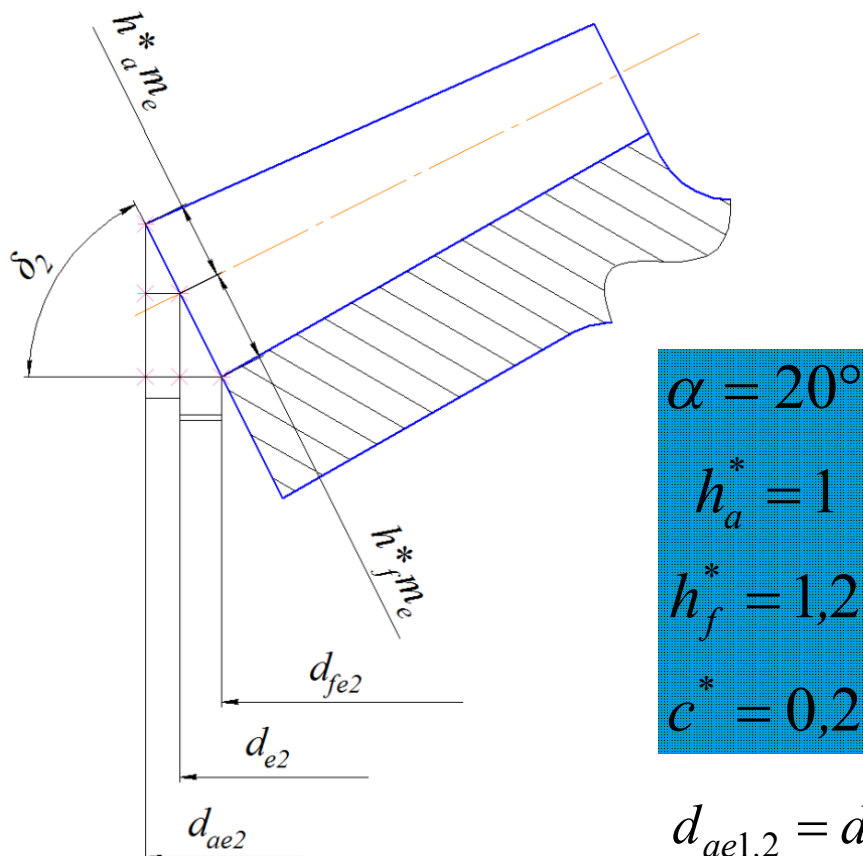


З тангенціальними
зубцями



З круговими зубцями





$$\alpha = 20^\circ$$

$$h_a^* = 1$$

$$h_f^* = 1,2$$

$$c^* = 0,2$$

$$\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ;$$

$$\delta_1 = \arctg \frac{z_1}{z_2}; \delta_2 = \arctg \frac{z_2}{z_1};$$

$$z_c = \sqrt{z_1^2 + z_2^2};$$

$$h_{ae} = h_a^* m_e = 1 m_e;$$

$$h_{fe} = h_f^* m_e = 1,2 m_e;$$

$$h_e = h_{ae} + h_{fe} = 2,2 m_e;$$

$$d_{e1,2} = m_e z_{1,2};$$

$$d_{ae1,2} = d_{e1,2} + 2 h_a^* m_e \cos \delta_{1,2} = d_{e1,2} + 2 m_e \cos \delta_{1,2};$$

$$d_{fe1,2} = d_{e1,2} - 2 h_f^* m_e \cos \delta_{1,2} = d_{e1,2} - 2,4 m_e \cos \delta_{1,2};$$

$$R_e = \frac{m_e}{2} \sqrt{z_1^2 + z_2^2};$$

$$K_{be} = \frac{b}{R_e} = (0,25 \dots 0,30); \quad b = K_{be} R_e \leq 10 m_e;$$





$$R = R_e - \frac{b}{2};$$

$$m = m_e \frac{R}{R_e};$$

$$d_{1,2} = m z_{1,2};$$

$$\operatorname{tg} \Theta_a = \frac{h_{ae}}{R_e}; \quad \operatorname{tg} \Theta_f = \frac{h_{fe}}{R_e};$$

$$\delta_{a1,2} = \delta_{1,2} + \Theta_a; \quad \delta_{f1,2} = \delta_{1,2} - \Theta_f;$$

=====

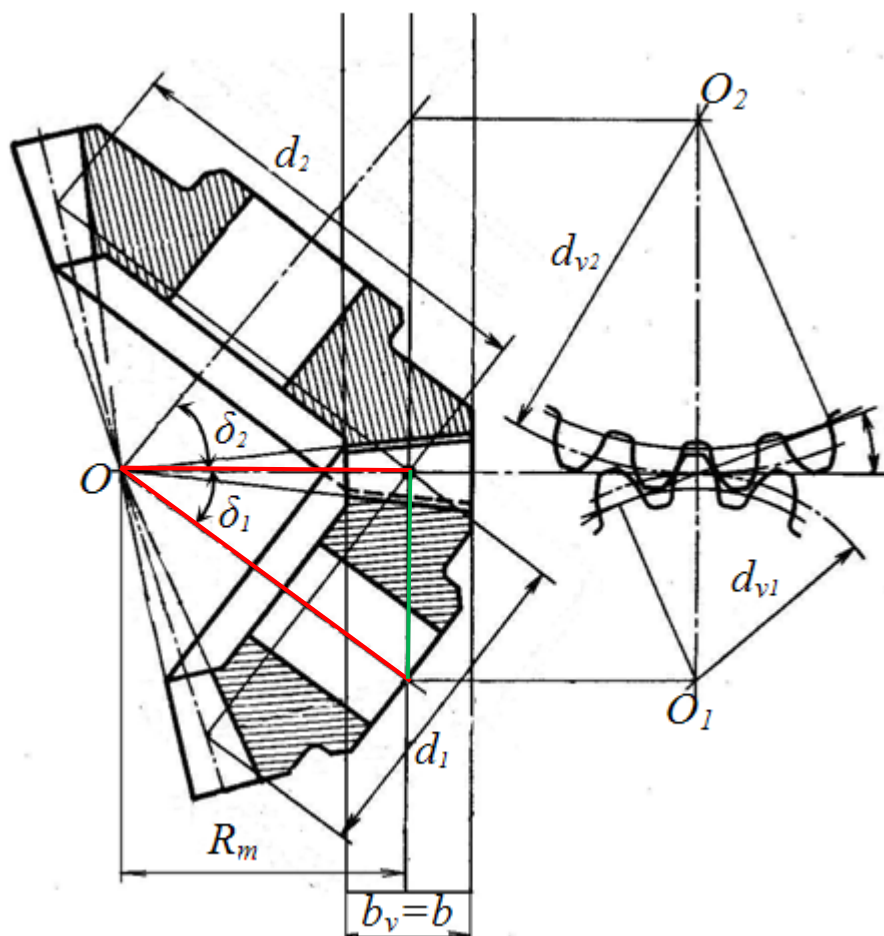
$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_{e2}}{d_{e1}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1};$$

$$R_e = \sqrt{\left(\frac{d_{e1}}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_{e2}}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} d_{e1} \sqrt{1+u^2};$$

$$d_{e1} = 2R_e \frac{1}{\sqrt{1+u^2}}; \quad d_{e2} = 2R_e \frac{u}{\sqrt{1+u^2}};$$

$$d_1 = 2R \frac{1}{\sqrt{1+u^2}}; \quad d_2 = 2R \frac{u}{\sqrt{1+u^2}};$$

При виведенні розрахункових залежностей для оцінки міцності конічної передачі, виникає необхідність конічну передачу замінити еквівалентною циліндричною передачею



$$m_v = m;$$

$$b_v = b;$$

$$d_{v1} = 2R \operatorname{tg} \delta_1 = d_1 \frac{\sqrt{1+u^2}}{u};$$

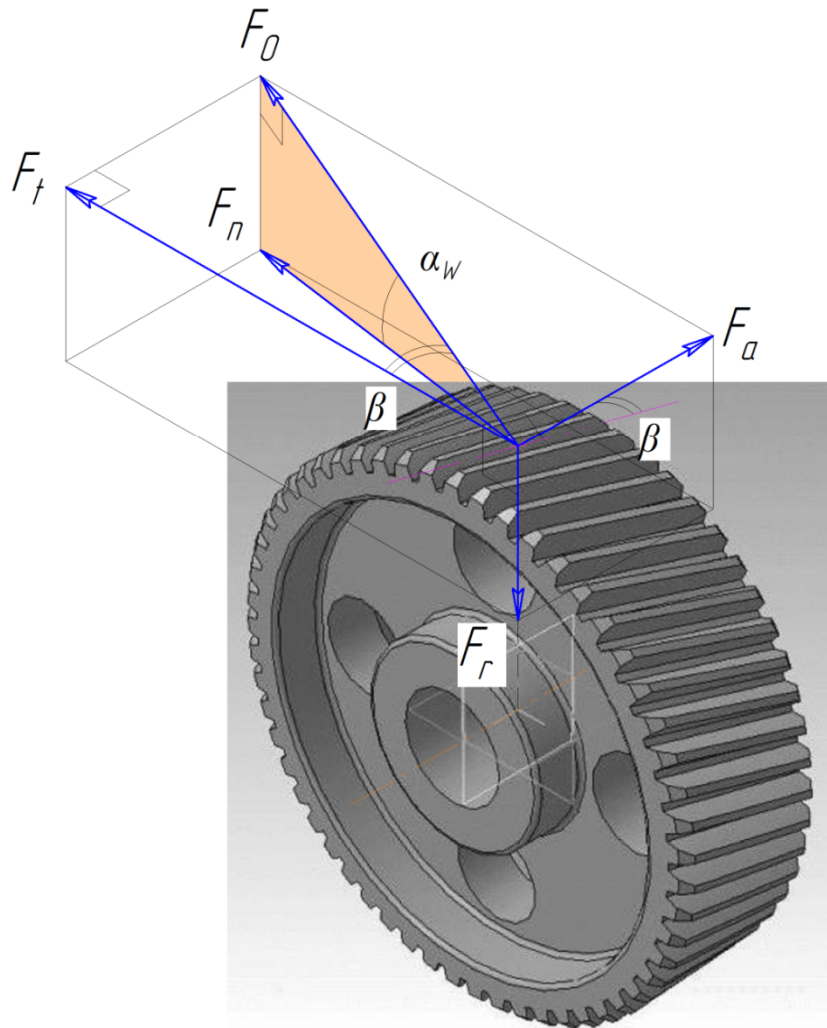
$$d_{v2} = 2R \operatorname{tg} \delta_2 = d_2 \sqrt{1+u^2};$$

$$z_{v1} = z_1 \frac{\sqrt{1+u^2}}{u};$$

$$z_{v2} = z_2 \frac{\sqrt{1+u^2}}{u};$$

Навантаження на зубці циліндричної та конічної зубчасті передачі

*Сили у зачепленні косоzubого
циліндричного зубчастого колеса*



$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{2T_2}{d_2};$$

$$\frac{F_a}{F_t} = \operatorname{tg} \beta; \quad F_a = F_t \operatorname{tg} \beta;$$

$$\frac{F_t}{F_0} = \cos \beta; \quad F_0 = \frac{F_t}{\cos \beta};$$

$$\frac{F_r}{F_0} = \operatorname{tg} \alpha_w; \quad F_r = \frac{F_t \operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta};$$

$$\frac{F_0}{F_n} = \cos \alpha_w; \quad F_n = \frac{F_t}{\cos \beta \cos \alpha_w}.$$

Навантаження на зубці циліндричної та конічної зубчастої передачі

$$q = \frac{F_n}{l_\Sigma} K_A K_\beta K_\alpha K_v$$

$$l_\Sigma = \frac{b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon}{\cos \beta}, \quad K_\varepsilon = 0,95.$$

K_A - коефіцієнт, що враховує зовнішнє динамічне навантаження не враховане в циклограмі навантаження;

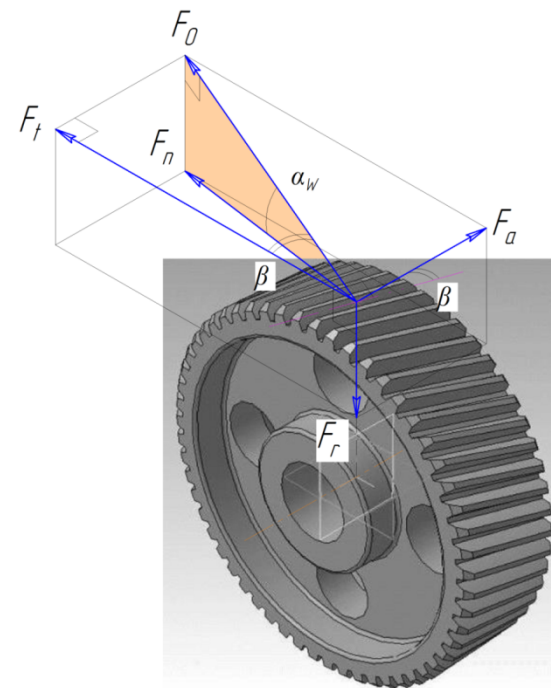
K_α - коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження між зубцями;

K_β - коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по довжині лінії контакту зубців;

K_v - коефіцієнт, що враховує внутрішні динамічні навантаження.

Розподілене
навантаження по
лінії контакту зубців

*Сили у зачепленні косозубого
циліндричного зубчастого колеса*



Навантаження на зубці циліндричної та конічної зубчастої передачі

У розрахунках на
контактну втому індекс “Н”

$$K_{H\alpha}, K_{H\beta}, K_{Hv}$$

$$q_H = \frac{F_n K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{Hv} \cos \beta}{b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon},$$

$$q_H = \frac{F_t K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{Hv} \cos \beta}{\cos \beta \cos \alpha_w b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon},$$

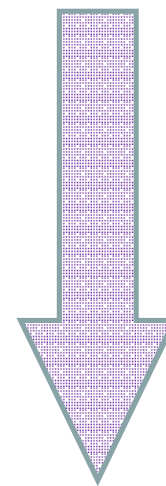
$$q_H = \frac{F_t K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{Hv}}{b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon \cos \alpha_w}.$$

$$w_{Ht} = \frac{F_t}{b_w} K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{Hv}$$

$$q_H = \frac{w_{Ht}}{K_\varepsilon \varepsilon_\alpha \cos \alpha_w};$$

У розрахунках на втому
при згині індекс “F”

$$K_{F\alpha}, K_{F\beta}, K_{Fv}$$



$$w_{Ft} = \frac{F_t}{b_w} K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{Fv}$$

$$q_F = \frac{w_{Ft}}{K_\varepsilon \varepsilon_\alpha \cos \alpha_w}.$$

Питома колова
сила

Навантаження на зубці циліндричної та конічної зубчастої передачі

Колова швидкість, м/с	Значення $K_{H\alpha}$ для ступенів точності				
	5	6	7	8	9
2,5	1	1,01	1,03	1,05	1,13
5	1	1,02	1,05	1,09	1,16
10	1,01	1,03	1,07	1,13	-
15	1,01	1,04	1,09	-	-
20	1,02	1,05	1,12	-	-
25	1,02	1,06	-	-	-

$$K_{F\alpha} = \frac{4 + (\varepsilon_\alpha - 1)(n_{cm} - 5)}{4\varepsilon_\alpha}.$$

$$\psi_{bd} = 0,5 \psi_{ba} \quad (u+1) \leq 1$$

– для прямозубых

$$\psi_{bd} = 0,5 \psi_{ba} \quad (u+1) \leq 1,5$$

– для косозубых

$$\psi_{bd} = 0,5 \psi_{ba} \quad (u+1) \leq 2,5$$

– для шевронных

$$[\psi_{bg} = 0,2 \dots 0,8]$$

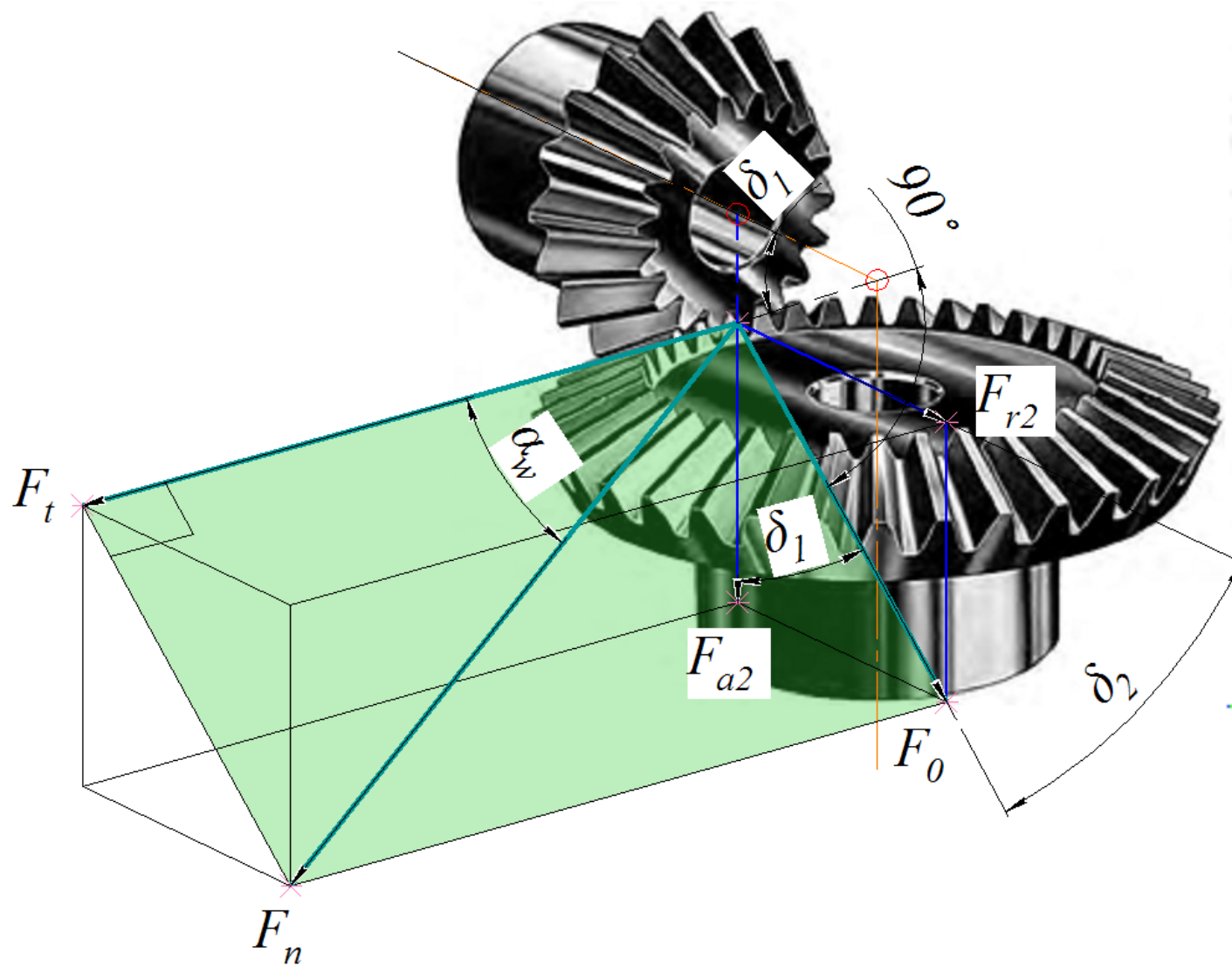
Значення коефіцієнта $K_{H\beta}$												
№ схеми (рис.9.5)	При значеннях коефіцієнта ψ_{ba}											
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	
	при $H\beta_1 \leq 350$ або $H\beta_2 < 350$											
1	0	1,084	1,187	1,307	1,450	-	-	-	-	-	-	
2	0	1,050	1,111	1,186	1,280	-	-	-	-	-	-	
3	0	1,019	1,046	1,075	1,113	1,150	1,192	1,235	-	-	-	
4	0	1,010	1,027	1,048	1,075	1,103	1,136	1,169	1,204	-	-	
5	0	1,005	1,016	1,030	1,050	1,073	1,100	1,127	1,161	1,193		
6	0	1,005	1,010	1,017	1,029	1,041	1,058	1,077	1,101	1,123	1,148	
7	0	1,000	1,004	1,008	1,014	1,023	1,044	1,047	1,063	1,078	1,095	
при $H\beta_1 > 350$ і $H\beta_2 > 350$												
1	0	1,221	1,425	-	-	-	-	-	-	-	-	
2	0	1,113	1,267	1,463	-	-	-	-	-	-	-	
3	0	1,0625	1,129	1,208	1,292	1,387	1,479	-	-	-	-	
4	0	1,042	1,0875	1,167	1,208	1,279	1,354	-	-	-	-	
5	0	1,027	1,058	1,096	1,146	1,204	1,263	1,329	-	-	-	
6	0	1,013	1,031	1,056	1,087	1,127	1,169	1,219	1,267	-	-	
7	0	1,004	1,010	1,023	1,042	1,064	1,092	1,123	1,160	-	-	
Примітка: $\psi_{ba} = 0,5 \cdot \psi_{ba}(u+1)$; проміжні значення параметрів визначаються інтерполяцією												

Навантаження на зубці циліндричної та конічної зубчастої передачі

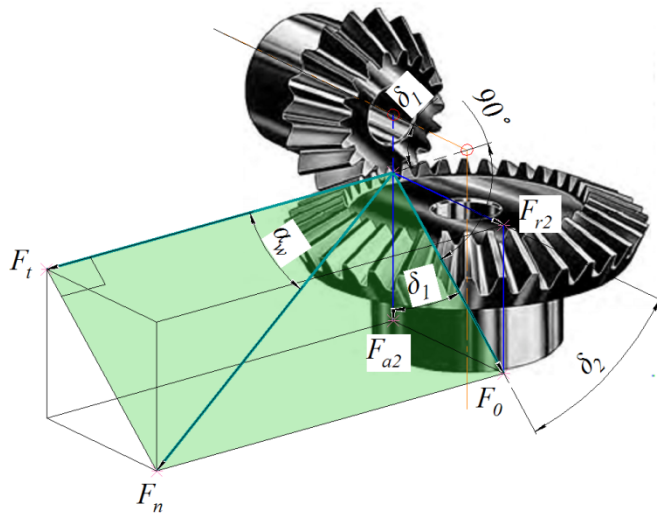
Значення коефіцієнта $K_{F\beta}$.

№ схеми (рис 9.5)	При значеннях коефіцієнта $\psi_{\beta d}$										
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
при $HB_1 \leq 350$ або $HB_2 < 350$											
1	0	1,191	1,391	1,677	-	-	-	-	-	-	-
2	0	1,095	1,214	1,373	1,582	-	-	-	-	-	-
3	0	1,050	1,109	1,173	1,245	1,327	1,418	1,514	1,609	-	-
4	0	1,035	1,068	1,118	1,168	1,241	1,309	1,382	1,464	1,554	1,655
5	0	1,018	1,041	1,077	1,188	1,173	1,232	1,295	1,359	1,441	1,518
6	0	0	1,016	1,045	1,073	1,114	1,164	1,223	1,286	1,354	1,432
7	0	0	0	1,014	1,027	1,050	1,077	1,114	1,145	1,186	1,232
при $HB_1 > 350$ і $HB_2 > 350$											
1	0	1,386	1,750	-	-	-	-	-	-	-	-
2	0	1,227	1,473	1,745	-	-	-	-	-	-	-
3	0	1,100	1,206	1,327	1,455	1,596	1,736	-	-	-	-
4	0	1,054	1,114	1,198	1,295	1,405	1,532	1,677	-	-	-
5	0	1,041	1,086	1,150	1,223	1,314	1,414	1,532	-	-	-
6	0	1,032	1,068	1,112	1,168	1,232	1,304	1,386	-	-	-
7	0	1,004	1,019	1,039	1,066	1,112	1,173	1,245	1,341	-	-

Навантаження на зубці циліндричної та конічної зубчастої передачі



Навантаження на зубці циліндричної та конічної зубчастої передачі



$$F_t = \frac{2T_1}{d_1};$$

$$\frac{F_t}{F_n} = \cos \alpha_w, \quad F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha_w} = \frac{2T_1}{d_1 \cos \alpha_w};$$

$$\frac{F_0}{F_t} = \tan \alpha_w, \quad F_0 = F_t \tan \alpha_w;$$

$$\frac{F_{r2}}{F_0} = \cos \delta_2, \quad F_{r2} = F_0 \cos \delta_2 = F_t \tan \alpha_w \cos \delta_2;$$

$$\frac{F_{a2}}{F_0} = \cos \delta_1, \quad F_{a2} = F_0 \cos \delta_1 = F_t \tan \alpha_w \cos \delta_{21};$$

$$F_{r2} = F_{a1};$$

$$F_{a2} = F_{r1}.$$

Навантаження на зубці циліндричної та конічної зубчастої передачі

У розрахунках на
контактну втому індекс “Н”

У розрахунках на втому
при згині індекс “F”

$$q_H = \frac{w_{Ht}}{K_\varepsilon \varepsilon_\alpha \cos \alpha_w};$$

$$w_{Ht} = \frac{F_t K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{Hv}}{0,85 b_w},$$

По аналогії до
циліндричних
зубчастих передач

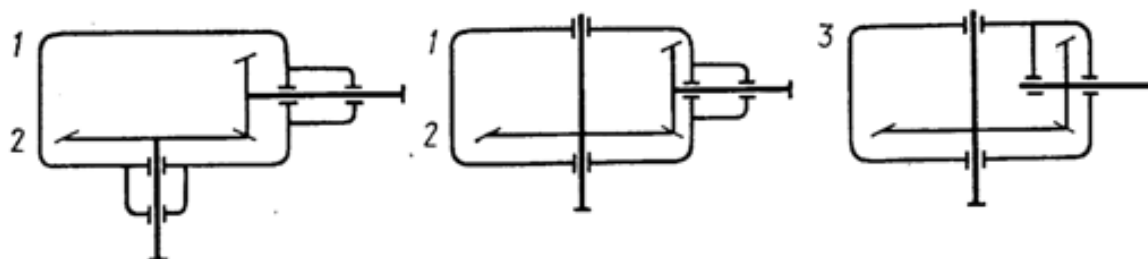
$$q_F = \frac{w_{Ft}}{K_\varepsilon \varepsilon_\alpha \cos \alpha_w}.$$

$$w_{Ft} = \frac{F_t K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{Fv}}{0,85 b_w}.$$

Навантаження на зубці циліндричної та конічної зубчастої передачі

$K_{H\alpha} = K_{F\alpha} = 1$ – для *прямозубих*

$$K_{bd} = \frac{b}{d_{v1}} = \frac{K_{be} R_e}{2R} u = \frac{K_{be} u}{2 - K_{be}}.$$



- 1 - опори валів - підшипники кулькові;
 2 - опори валів - підшипники роликові;
 3 - опори валів - підшипники кулькові або роликові.

Значення коефіцієнта $K_{H\beta}$ для конічних передач

Схема і тип опор рис.10.6	$K_{H\beta}$									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
	при $HV_1 \leq 350$ або $HV_2 \leq 350$									
1	1,033	1,071	1,114	1,155	1,200	1,243	-	-	-	-
2	1,020	1,041	1,065	1,088	1,101	1,133	1,157	1,180	-	-
3	1,008	1,014	1,024	1,032	1,043	1,055	1,067	1,078	1,092	1,108
	при $HV_1 > 350$ або $HV_2 > 350$									
	1	1,061	1,135	1,218	1,308	1,396	1,478	-	-	-
	2	1,041	1,084	1,127	1,172	1,218	1,263	1,312	1,355	-
	3	1,012	1,025	1,041	1,057	1,076	1,094	1,115	1,137	1,161

Навантаження на зубці циліндричної та конічної зубчастої передачі

Значення коефіцієнта $K_{F\beta}$ для конічних передач

Схема і тип опор рис.10.6	K_{bd}									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
	при $HV_1 \leq 350$ або $HV_2 < 350$									
1	1,067	1,153	1,251	1,357	1,474	1,600	-	-	-	-
2	1,039	1,082	1,137	1,188	1,251	1,310	1,376	1,447	-	-
3	1,012	1,027	1,047	1,071	1,098	1,125	1,157	1,192	1,227	1,263
при $HV_1 > 350$ або $HV_2 > 350$										
1	1,125	1,266	1,408	1,572	1,725	1,896	-	-	-	-
2	1,055	1,133	1,212	1,296	1,384	1,478	1,565	1,663	-	-
3	1,016	1,043	1,071	1,106	1,139	1,180	1,227	1,266	1,314	1,361

Наприклад $K_{bd} = 0,271$

$$K_{F\beta} = 1,153 + \frac{(0,271 - 0,2)(1,251 - 1,153)}{0,3 - 0,2}$$

Проектний розрахунок циліндричної зубчастої передачі

Практичне заняття

Тема: кінематичний, силовий і проектний розрахунки циліндричної зубчастої передачі

Задача № 1

Виконати кінематичний, силовий і проектний розрахунки циліндричної прямозубої передачі зображеної на рисунку 1.

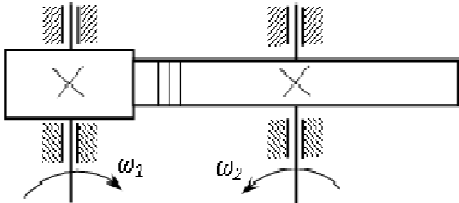


Рисунок 1 – Схема циліндричної прямозубої передачі

В якості вихідних даних використати:

- коефіцієнт корисної дії передачі – $\eta = 0,98$;
- зубчасті колеса – сталеві;
- контактне допустиме напруження – $\sigma_{HP} = 472,73 \text{ МПа}$;
- коефіцієнт ширини колеса – $\psi_{ba} = 0,25$;

Проектний розрахунок конічної зубчастої передачі

Практичне заняття

Тема: проектний розрахунок конічної зубчастої передачі

Задача № 1

Провести проектний розрахунок конічної зубчастої передачі. В якості вихідних даних використати:

- крутний момент на ведучому валу: $T_1 = 65,749$ Нм;
- передаточне число: $u = 2,5$;
- допустиме контактне напруження: $\sigma_{H\beta} = 433,545$ МПа.

Розв'язання

1) Вибираємо значення коефіцієнту K_H

$K_H = 1000 \text{ МПа}^{1/3}$ – для сталених коліс;
 $K_H = 825 \text{ МПа}^{1/3}$ – для чавунних коліс;

2) Задається величина коефіцієнту K_{be} із діапазону 0,25...0,30. Вибираємо 0,28.

3) Розраховується коефіцієнт K_{bd}

$$K_{bd} = K_{be} u / (2 - K_{be}) = 0,28 \cdot 2,5 / (2 - 0,28) = 0,407.$$

4) Із довідкової літератури вибирається коефіцієнт $K_{H\beta}$

Дякую за увагу!